Ministerio de Cultura, Educación, Ciencia y Tecnología
Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Rosario

SECRETARÍA ACADÉMICA

AREA INGRESO

FÍSICA

- Mayo de 2005 -

SECRETARÍA ACADÉMICA
AREA INGRESO
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Rosario
Zeballos 1341
2000 – Rosario - Argentina
www.frro.utn.edu.ar
e-mail: ingreso@frro.utn.edu.ar

El objetivo de este Curso de Física es reafirmar y profundizar los conocimientos adquiridos durante el nivel de enseñanza del polimodal. Se pretende generar un ámbito de información y de formación en el que el aspirante alcance los conocimientos y habilidades que le permitan el abordaje de las asignaturas del primer nivel de la carrera.

Contenidos

SEARS, Francis Weston. "Fundamentos de Física".

Elaboración y Edición del Material

Ing. Inés Palou

Ana Laura Casasola

Digitalización del Material

Haydee Aranda

Cristina Arrastía

Revisión del Material

Ing. Alejandro Lucarelli

ÍNDICE

Unidad Nº 1: ESTÁTICA

Unidad Nº 2: EQUILIBRIO

Unidad Nº 3: MOMENTO DE UNA FUERZA

1. ESTÁTICA

Objetivos:
Al término de la presente unidad el alumno estará en condiciones de:
1. *Identificar los distintos tipos de magnitudes y unidades.*
2. *Identificar y representar la fuerza que actúa sobre un cuerpo mediante vectores.*
3. *Calcular la resultante de un conjunto de fuerzas*
4. *Resolver problemas de aplicación*

1.1. Unidades y patrones

La **física** ha sido denominada ***ciencia de la medida***.

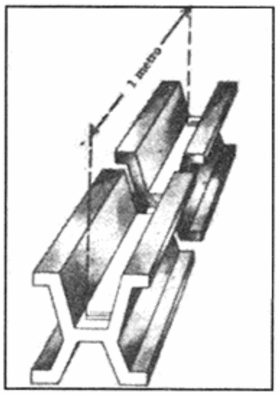
Medir es comparar una magnitud cualquiera con otra cantidad de la misma magnitud tomada como unidad.

Para facilitar las actividades donde intervienen las medidas, se adoptó un solo sistema denominado **SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES**, cuyas siglas son **SI**.

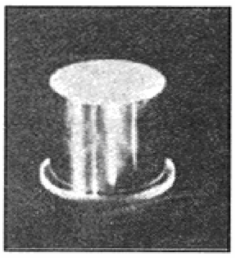
Magnitud es todo aquello suceptible de ser medido y que puede ser expresado en forma numérica. Por ejemplo, cuando decimos que la longitud de una varilla es de 10 cm., queremos expresar que su longitud es 10 veces mayor que la unidad de longitud denominada centímetro.

En este curso se utilizarán tres magnitudes: ***longitud, masa y tiempo***.

- La unidad de longitud es el **metro (m),** el cual se define como la distancia que existe entre dos marcas grabadas en una barra de platino iridiado, llamada metro patrón.
- La unidad de masa es el **kilogramo (kg)**, término definido como la masa contenida en un cilindro de platino e iridio, conocido como kilogramo patrón.
- La unidad de tiempo es el **segundo (s)**, que se define como 1/86.400 del día solar; este último es el intervalo de tiempo (24 horas) entre un medio día y el siguiente medio día.



Metro Patrón



Kilogramo Patrón

Tabla 1 - Relación entre unidades de Longitud, Masa y Tiempo

Longitud

1 m	=	0,001 Km.
1 m	=	0,01 hm.
1 m	=	0,1 dam.
1 m	=	1 m.
1 m	=	10 dm.
1 m	=	100 cm.
1 m	=	1000 mm.

Masa

1 Kg	=	1 Kg.
1 Kg	=	10 hg.
1 Kg	=	100 dag.
1 Kg	=	1000 g.
1 Kg	=	10000 dg.
1 Kg	=	100000 cg.
1 Kg	=	1000000 mg.

Tiempo

1 h	=	60min	=	3600 seg
1/60 h	=	1 min	=	60 seg
1/3600 h	=	1/60 min	=	1 seg

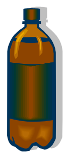
1.2. Fuerza

La **<u>mecánica</u>** es la rama de la física y de la ingeniería que **se ocupa del movimiento de los cuerpos materiales** y de las **causas que provocan dicho movimiento**.

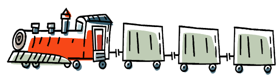
Cuando empujamos un cuerpo o tiramos de él, decimos que ejercemos una *fuerza* sobre el mismo. Esta fuerza está en contacto con el cuerpo empujado o atraído por la misma. ***<u>Fuerza</u>*** **es toda causa capaz de sacar un cuerpo de su posición de equilibrio o alterar su estado de movimiento.**

Las fuerzas pueden ser ejercidas también por objetos inanimados: un resorte tenso ejerce fuerzas sobre los cuerpos atados a sus extremos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene; una locomotora ejerce una fuerza sobre el tren que está arrastrando.

Un resorte tenso ejerce fuerzas sobre los cuerpos atados a sus extremos



El aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene



Una locomotora ejerce una fuerza sobre el tren que está arrastrando

La fuerza que mejor conocemos en nuestra vida diaria es la **fuerza de atracción gravitatoria ejercida sobre todo cuerpo por la Tierra, y que denominamos *<u>peso</u>* del cuerpo**. Las **fuerzas gravitatorias** (así como las fuerzas eléctricas y magnéticas) pueden actuar a través del vacío sin tener contacto con el cuerpo.

El instrumento más frecuentemente utilizado para medir las fuerzas es la **balanza de resorte**. La fuerza ejercida sobre la balanza aumenta la longitud del resorte, y el instrumento puede calibrarse del modo siguiente: se suspende primero de la balanza un kilogramo patrón, y se marca la posición del índice con la señal 1 Kg y así sucesivamente.

La balanza calibrada puede utilizarse entonces para medir una fuerza desconocida cualquiera.

1.3. Representación gráfica de las fuerzas: Vectores

Supongamos que hay que deslizar una caja sobre el suelo arrastrándola con una cuerda o empujándola, como muestra la Fig. 1-1 y 1-2; esto es, vamos a deslizarla ejerciendo una fuerza sobre ella.

El punto de vista adoptado es que el movimiento de la caja no es producido por los *objetos* que tiran de ella o que la empujan, sino por las *fuerzas* que aquellos ejercen.

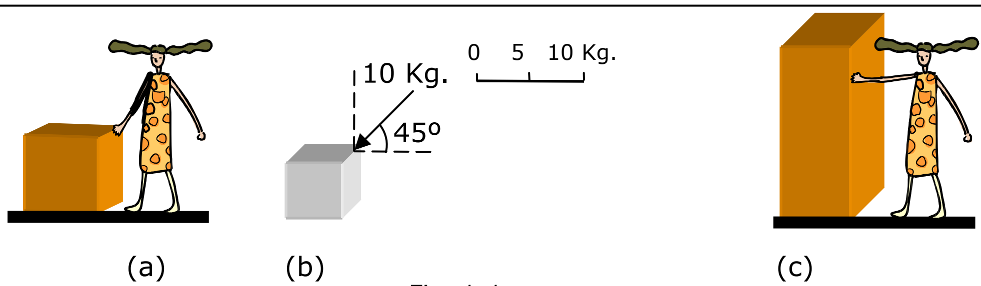


Fig. 1-1

Cuando **una caja es arrastrada o empujada sobre el suelo por una fuerza inclinada**, como en la Fig. 1-1 y 1-2, es evidente que la efectividad de la fuerza para mover la caja sobre el suelo depende de la dirección en la cual actúa la fuerza.
En la Fig. 1-1 (a) el empuje de la caja está en parte forzando la caja a apretarse contra el suelo.

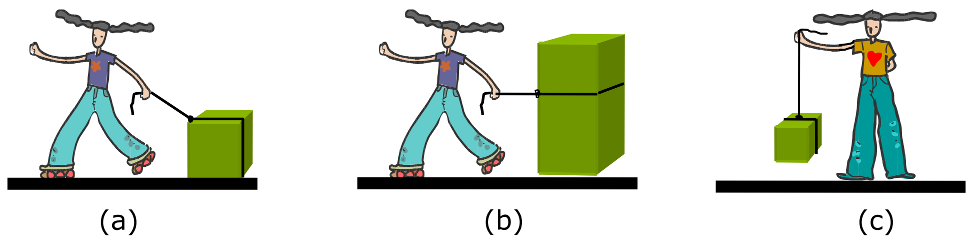


Fig. 1-2

Las **fuerzas** en la Fig. 1-2 (a) y (b) producen el efecto de **mover** la caja hacia adelante. En la Fig. 1-2 (c), la **tracción** de la cuerda tiende a **levantar** la caja separándola del suelo.

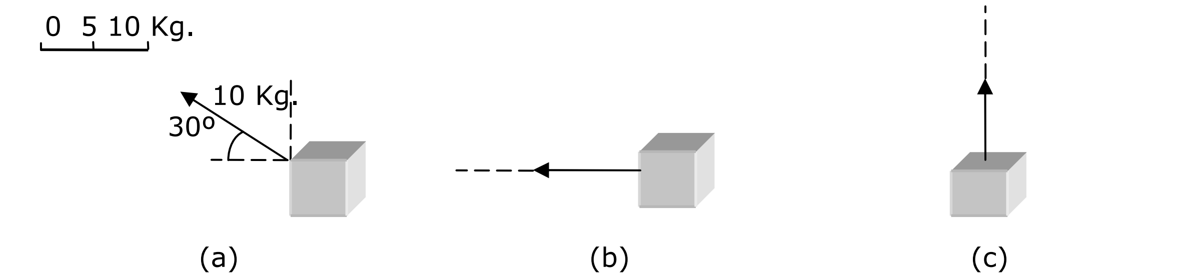


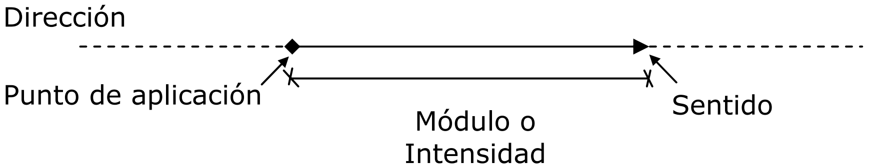
Fig. 1-3

La Fig. 1-3(a) es el diagrama correspondiente a la Fig. 1-2(a). Hay otras fuerzas que actúan sobre la caja, no indicadas en la Fig. (por ejemplo: la fuerza de gravedad).

Supongamos que el valor del empuje o de la tracción sea de 10 Kg, escribir simplemente «10 Kg.» sobre el esquema no determinará completamente la fuerza, puesto que no indicará la dirección, ni el sentido en la cual está actuando. Se debe escribir «10 Kg. y 30º por encima de la horizontal, hacia la izquierda».

Adoptamos el convenio de representar:

- **Fuerza**: por una **flecha**,
- **Módulo o Intensidad**: la **longitud de la flecha**, a una cierta escala elegida, indica el **valor de la fuerza**,
- **Dirección**: recta a la cual pertenece el vector,
- **Sentido**: **el sentido en que apunta la flecha** muestra el **sentido de la fuerza**.
- **Punto de aplicación**: punto que pertenece al cuerpo y es donde se ha aplicado la fuerza.



La fuerza no es la única magnitud física que requiere especificar la dirección y el sentido, además del valor de la misma.

Magnitudes *vectoriales*: pueden representarse gráficamente mediante un ***vector***, por ejemplo: **la fuerza y la velocidad**; llevan consigo ambas cualidades, **valor y dirección además del sentido.** (*vector fuerza o vector velocidad*).

Magnitudes *escalares*: quedan determinadas únicamente por su **valor**, por ejemplo: **el volumen, la superficie, la longitud**.

Algunas magnitudes vectoriales, una de las cuales es la **fuerza**, no quedan *completamente* determinadas con solo su **valor** y **dirección**. Así **el efecto de una fuerza depende también de su *línea de acción* y de su *punto de aplicación***. La línea de acción es una recta de longitud indefinida, de la cual el vector fuerza es un segmento. El punto de aplicación de una fuerza dada que actúa sobre un cuerpo rígido puede ser trasladado a otro punto cualquiera de la línea de acción sin alterar el efecto de la fuerza. Así, ***una fuerza aplicada a un cuerpo rígido puede suponerse que actúa en cualquier punto a lo largo de su línea de acción***.

1.4. Componentes de un vector

Para definir las componentes de un vector partimos de un sistema de coordenadas rectangulares (ejes cartesianos). Podemos representar cualquier vector en el plano xy como la suma de un vector paralelo al eje *x* y al eje *y*. Rotulamos esos vectores $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$ en la Fig. 1-4; son los **vectores componentes** del vector $\vec{F}$ y su suma es igual a $\vec{F}$.

En símbolos: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$

Gráficamente:

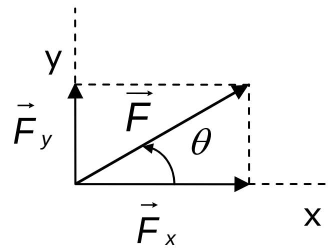


Fig. 1-4

Cada vector componente tiene la dirección de uno de los ejes de coordenadas, $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$ son las **componentes** de $\vec{F}$.

Las *<u>componentes</u>* <u>de una fuerza</u>, son los valores efectivos de una fuerza en direcciones distintas que la de la fuerza misma.

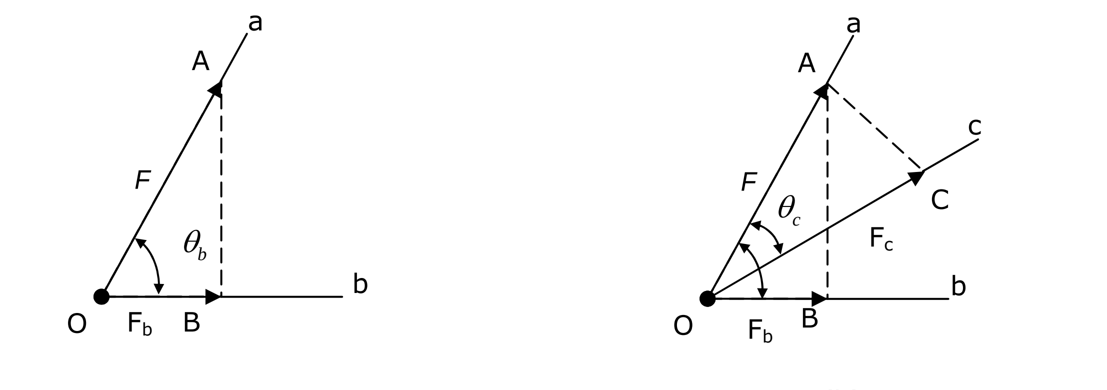


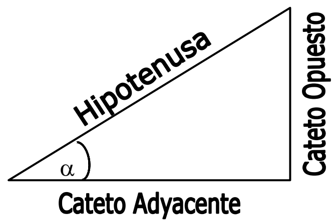
Fig. 1-5

Las componentes de una fuerza, en cualquier dirección, pueden encontrarse por un método gráfico. Representamos en la Fig. 1-5, una fuerza dada por el vector *F*, desde *O* hasta *A*.

Para encontrar la componente de *F* en la dirección de la recta *OB*, trazamos una perpendicular desde *A* a esta recta, que la corta en el punto *B*.

El vector F_b, desde *O* hasta *B*, a la misma escala que la utilizada para el vector *F*, representa entonces la componente de *F* en la dirección *Ob*, o el valor efectivo de la fuerza en esta dirección.

Análogamente, el vector F_c de *O* a *C*, representa la componente de *F* en la dirección Oc y la componente a lo largo de *Oa es igual a F*.



RECORDAMOS

seno del ángulo α**:** $\operatorname{sen}\hat{\alpha} = \dfrac{\text{cat. opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

coseno del ángulo α**:** $\cos\hat{\alpha} = \dfrac{\text{cat. adyacente}}{\text{hipotenusa}}$

tangente del ángulo α**:** $\operatorname{tg}\hat{\alpha} = \dfrac{\text{cat. opuesto}}{\text{cat. adyacente}}$

Fig. 1-6

La componente de un vector en cualquier dirección puede calcularse como sigue. En el triángulo *OAB*, de la Fig. 1-5 (a):

$$\cos\theta_b = \frac{OB}{OA} = \frac{F_b}{F}; \quad F_b = F\cos\theta_b.$$

Si F = 10 Kg. y θ_b = 60º, cos θ_b = 0,500 y F_b = 10 Kg. × 0,500 =5,00 Kg.

Del mismo modo, en la Fig. 1-5(b):

$$\cos\theta_c = \frac{OC}{OA} = \frac{F_c}{F}; \quad F_c = F\cos\theta_c.$$

Si θ_c = 30º, cos θ_c = 0,866 y F_b = 10 Kg. × 0,866 = 8,66 Kg.

En general, la componente de un vector F en cualquier dirección que forme un ángulo θ con la del vector es igual a F cos θ.

Si θ = 90º, cos θ = 0, entonces la componente de F es nula (cero). Si θ = 0º, cosθ = 1, entonces la componente es igual a F.

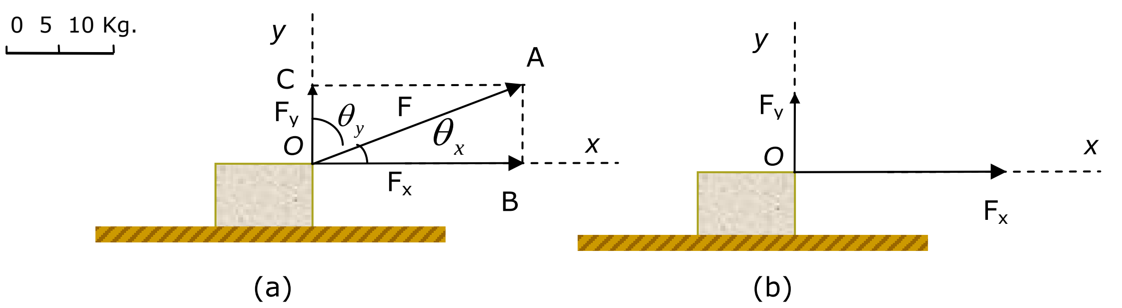


Fig. 1-7

La Fig. 1-7 representa la misma caja de las Fig. 1-2(a) y 1-3(a). Los vectores F_x y F_y son las componentes de F en las direcciones x e y, perpendiculares entre sí, y se denominan *componentes rectangulares* de F según estas dos direcciones. Pero, puesto que un vector no tiene componente perpendicular a su propia dirección, F_x no tiene componente a lo largo de y, y F_y no tiene componente a lo largo de x. No es, por tanto, posible ninguna descomposición ulterior de la fuerza en componentes según x e y. Físicamente, esto significa que las dos fuerzas F_x y F_y, actuando simultáneamente como en la Fig. 1-7(b), son equivalentes en todos los aspectos a la fuerza inicial F. ***Cualquier fuerza puede ser reemplazada por sus componentes rectangulares.***

Como ejemplo numérico:

- la fuerza F de 10 Kg
- sean θ_x = 30º
- θ_y = 60º

Por consiguiente:

- F_x = 8,66 Kg.
- F_y = 5,00 Kg.

Se encuentra que estas dos fuerzas aplicadas simultáneamente como en la parte (b) producen exactamente el mismo efecto que la fuerza única de 10 Kg. de la parte (a).

Es con frecuencia cómodo expresar ambas componentes de un vector según x e y en función del ángulo que forma el vector con el eje x.

En la Fig. 1-7(a) vemos que:

$$sen\,\theta_x = \frac{BA}{OA} = \frac{OC}{OA} = \frac{F_y}{F}; \; F_y = F\,sen\theta_x.$$

Por consiguiente, **con el convenio de que θ se refiere al ángulo formado por el vector F con el eje x, podemos decir, en general que:**

$$\boxed{F_x = F\cos\theta, \qquad F_y = F\,sen\,\theta.}$$

Finalmente concluimos, que **la aplicación simultánea de las componentes F_x y F_y de una fuerza F produce el mismo efecto que la aplicación de la fuerza F.**

En la Fig. 1-8, representa un bloque que es arrastrado hacia arriba sobre un plano inclinado mediante una fuerza F. Los vectores F_x y F_y, son las componentes de F, paralela y perpendicular a la superficie inclinada del plano.

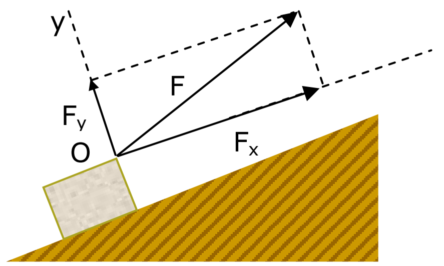


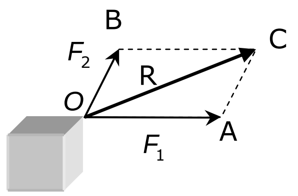
Fig. 1-8

1.5. Resultante o vector suma.

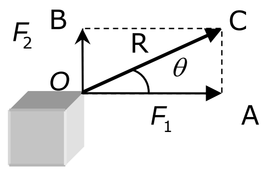
Un cuerpo está sometido a la vez a un cierto número de fuerzas que tienen diferentes valores, direcciones y puntos de aplicación.

Consideremos un conjunto de fuerzas que se encuentran en el mismo plano (fuerzas coplanares) y que tienen el mismo punto de aplicación (fuerzas *concurrentes*). Se encuentra experimentalmente que **cualquier conjunto de fuerzas coplanares concurrentes puede reemplazarse por una sola fuerza cuyo efecto es el mismo que el de las fuerzas dadas** y que se denomina su ***resultante***.

❖ La construcción de la Fig. 1-9 se denomina **método del *paralelogramo*** para encontrar la resultante de dos vectores.



(a) **La Fuerza *R*: Resultante de F_1 y F_2, se obtiene por el método del paralelogramo.**



(b) **La Fuerza *R*: Resultante de dos fuerzas F_1 y F_2 perpendiculares entre sí.**

Fig. 1-9

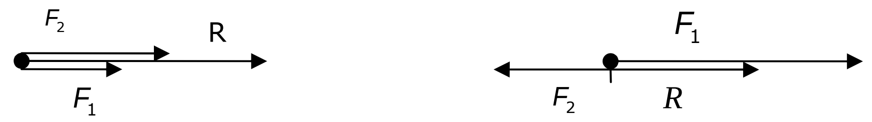
En la Fig. 1-9 (a), un cuerpo está sometido a las dos fuerzas F_1 y F_2, ambas aplicadas en el mismo punto *O*. Para encontrar su resultante, se construye el paralelogramo *OACB*, del cual los vectores F_1 y F_2, forman dos lados contiguos; la diagonal concurrente del paralelogramo, esto es, **el vector *R*** determinado por los puntos *O* y *C* se denomina ***vector suma* de los vectores *F₁* y *F₂*** y se comprueba experimentalmente que **representa la fuerza resultante en intensidad, dirección y sentido**.

- En el caso especial de dos fuerzas F_1 y F_2, perpendiculares entre sí, como en la Fig. 1-9 (b), el triángulo *OAC* es rectángulo y sus catetos son las fuerzas F_1 y F_2. El valor y dirección de la resultante están dados por

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}, \qquad tg\,\theta = \frac{F_2}{F_1}$$

- Otro caso especial es el de dos fuerzas que tienen la misma línea de acción y son del mismo sentido, como en la Fig. 1-10(a), o de sentido opuesto, como en la Fig. 1-10 (b).

Resultante de dos fuerzas con la misma línea de acción



(a) **Del mismo sentido** (b) **De sentidos opuestos**

Fig. 1-10

Si son **del mismo sentido**, el valor de la resultante ***R*** **es igual a la suma de los valores de** $\boldsymbol{F_1}$ **y** $\boldsymbol{F_2}$**.** Si son de **sentido opuesto**, el valor de la resultante ***R*** **es igual a la diferencia de los valores de** $\boldsymbol{F_1}$ **y** $\boldsymbol{F_2}$.

❖ El **método del *triángulo***, representado en la Fig. 1-11, consiste en trasladar cualquiera de los dos vectores paralelamente a sí mismo hasta que su origen coincida con el extremo del otro vector. **La resultante *R* está representada entonces por el lado que cierra el triángulo.**

Método del triángulo para hallar la resultante de dos fuerzas

(a) **Del mismo sentido** (b) **De sentidos opuestos**

Fig. 1-11

❖ El **método del polígono** es un procedimiento gráfico satisfactorio para encontrar la resultante de un cierto número de fuerzas (pero presenta dificultades para el cálculo numérico).

Método del polígono

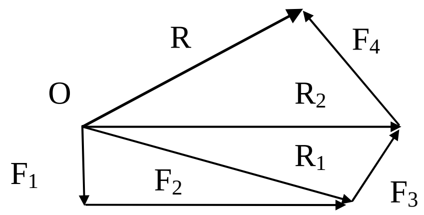


Fig. 1-12

1.6. Composición de fuerzas dadas por sus componentes rectangulares.

La Fig. 1-13 (a) representa tres fuerzas concurrentes F_1, F_2 y F_3, cuya resultante se desea encontrar. Construyamos un par de ejes rectangulares de dirección arbitraria. Se obtiene una simplificación si uno de los ejes coincide con una de las fuerzas, lo que es siempre posible.

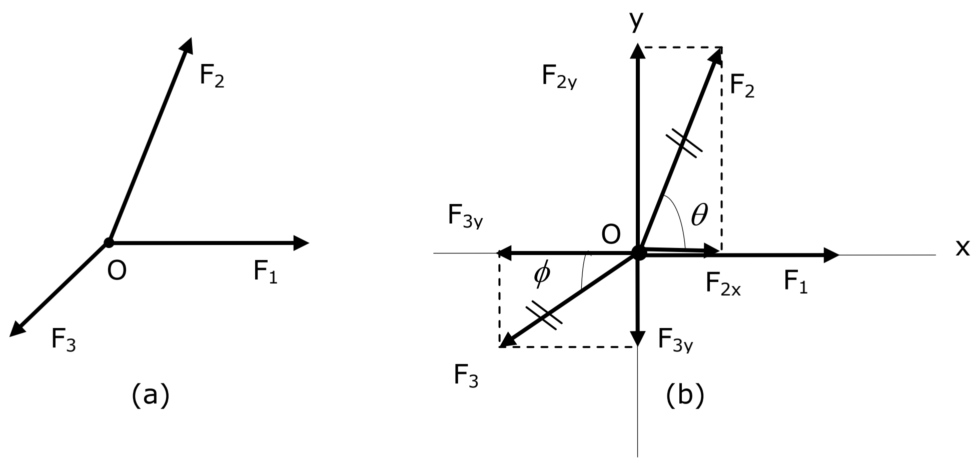


Fig. 1-13

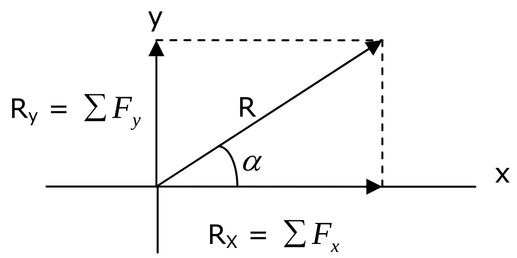
En la Fig. 1-13 (b), el eje x coincide con la fuerza F_1. Descompongamos en primer lugar cada una de las fuerzas dadas en sus componentes según los ejes x e y.

De acuerdo con los convenios habituales de la geometría analítica, se consideran positivas las componentes según el eje x dirigidas hacia la derecha, y negativas, las dirigidas hacia la izquierda. Las componentes según el eje y dirigidas hacia arriba son positivas, y las dirigidas hacia abajo son negativas. La fuerza F_1 coincide con el eje x y no necesita ser descompuesta. Las componentes de F_2 son $F_{2x} = F_2 \cos\theta$, $F_{2y} = F_2 \operatorname{sen}\theta$. Ambas son positivas y F_{2x} ha sido desplazada ligeramente hacia arriba para representarla con mayor claridad. Las componentes de F_3 son $F_{3x} = F_3 \cos\phi$, $F_{3y} = F_3 \operatorname{sen}\phi$. Ambas son negativas.

Imaginemos ahora que suprimimos F_2 y F_3 y que las reemplazamos por sus componentes rectangulares. Para indicar esto, se han cruzado ligeramente los vectores F_2 y F_3. Todas las componentes según el eje x pueden componerse ahora en una sola fuerza R_x, cuyo valor es igual a la suma algébrica de las componentes según x, o sea $\sum F_x$; y todas las componentes según el eje y pueden componerse en una sola fuerza R_y de valor $\sum F_y$:

$$R_x = \sum F_x ; \qquad R_y = \sum F_y ;$$

El vector R, resultante de F_1, F_2 y F_3, se obtiene por el método de la descomposición rectangular



Las componentes rectangulares de R son $R_y = \sum F_y$, $R_X = \sum F_x$.

Fig. 1-14

Finalmente, éstas pueden componerse como se indica en la parte (c) de la Fig. para formar la resultante R , cuyo valor, puesto que R_x y R_y son perpendiculares entre sí, es

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

El ángulo α que forma R con el eje x puede calcularse ahora mediante una cualquiera de sus funciones trigonométricas; p.ej.,

$$tg\,\alpha = \frac{R_y}{R_x}$$

Ejemplo: Sea la Fig. 1-13 $F_1 = 120\,Kg$, $F_2 = 200\,Kg$, $F_3 = 150\,Kg$, $\theta = 60^{\circ}$, $\phi = 45^{\circ}$.

Los cálculos pueden disponerse en forma sistemática como sigue:

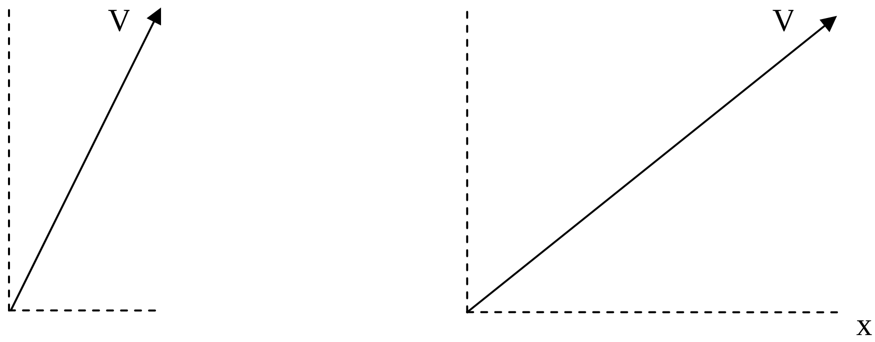
Fuerza	Ángulo	Componente *x*	Componente *y*
$F_1 = 120\,Kg$	0º	+120 Kg.	0
$F_2 = 200\,Kg$	60º	+100 Kg.	+173 Kg.
$F_3 = 150\,Kg$	45º	- 106 Kg.	-106 Kg.
		$\sum F_x = +114\,Kg;$	$\sum F_y = +67Kg$

$$R = \sqrt{(114\,Kg)^2 + (67Kg)^2} = 132\,Kg;$$

$$\alpha = arc\ tg\,\frac{67\,Kg}{114\,Kg} = arc\ tg\,0{,}588 = 30{,}4º.$$

PROBLEMAS

1-1 Con una regla, traza gráficamente las componentes vertical y horizontal de los dos vectores que ves. Mide los componentes y compara lo que determinaste con las respuestas de abajo.



(Vector de la izquierda: el componente horizontal tiene 3 cm; el componente vertical tiene 4 cm. Vector de la derecha: el componente horizontal tiene 6 cm; el componente vertical tiene 4 cm.)

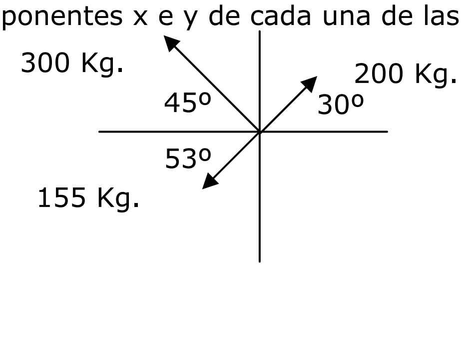
1-2 Encontrar gráficamente las componentes horizontal y vertical de una fuerza de 40kg cuya dirección forma un ángulo de 50° por encima de la horizontal hacia la derecha. Hágase en el dibujo 3mm = 2kg. Comprobar los resultados calculando las componentes.

1-3 Una caja es empujada sobre el suelo, como indica la Fig. 1-1, por una fuerza de 20kg que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Utilizando una escala de 5mm=1kg, encontrar las componentes horizontal y vertical de la fuerza por el método gráfico. Comprobar los resultados calculando las componentes.

1-4 Un bloque es elevado por un plano inclinado 20°, mediante una fuerza *F* que forma un ángulo de 30° con el plano, como indica la Fig. 1-8, a) ¿Qué fuerza *F* es necesaria para que la componente F_x paralela al plano sea de 8kg? b) Cuanto valdrá entonces la componente F_x? Resolver gráficamente haciendo 3mm=1kg.

1-5 Las tres fuerzas representadas en la Fig. 1-15 actúan sobre un cuerpo situado en el origen a) Calcular las componentes x e y de cada una de las tres fuerzas.

Fig. 1-15



b) Utilizar el método de la descomposición rectangular para encontrar la resultante de la misma.

c) Hallar la magnitud y dirección de una fuerza, que debe añadirse para hacer que la fuerza resultante sea nula. Indicar la cuarta fuerza mediante un diagrama.

1-6 Dos hombres y un muchacho desean empujar un fardo en la dirección marcada con x en la Fig. 1-16 Ambos hombres empujan con las fuerzas F1 y F2, cuyos valores y sentidos están indicados en la figura. Encontrar la intensidad y dirección de las fuerzas mínima que debe ejercer el muchacho.

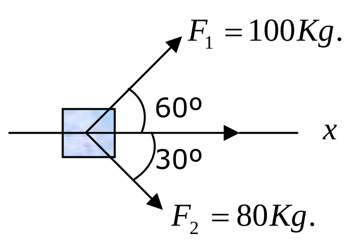


Fig. 1-16

1-7 Dos fuerzas, F_1 y F_2, actúan en un punto. El valor de F_1 es 8Kg. y su dirección forma un ángulo de 60º por encima del eje *x* en el primer cuadrante. El valor de F_2 *es* 5Kg. y su dirección forma un ángulo de 53º por debajo del eje *x* en el cuarto cuadrante. a) ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerzas resultante? b) ¿Cuál es el valor de la resultante? c) ¿Cuál es la magnitud del vector diferencia F_1-F_2?

1-8 Dos fuerzas, F_1 y F_2, actúan sobre un cuerpo de tal modo que la fuerza resultante *R* tiene un valor igual a F_1 y es perpendicular a ella. Sea $F_1=R=10Kg.$ Encontrar el valor y dirección (con respecto a F_1) de la segunda fuerza F_2.

1-9 Hallar por el método de la descomposición rectangular la resultante del siguiente conjunto de fuerzas: 80 Kg, verticalmente hacia abajo: 100 Kg. y 53º por encima de la horizontal hacia la derecha; 60 Kg. horizontalmente hacia la izquierda. Compruébese el resultado por el método del polígono.

2. EQUILIBRIO

Objetivos:
Al término de la presente unidad el alumno estará en condiciones de:
1. *Conocer el concepto de equilibrio.*
2. *Aplicar la Primera y la Tercera Ley de Newton.*
3. *Identificar las fuerzas de fricción.*
4. *Resolver problemas de aplicación.*

2.1. Introducción

La mecánica se basa en tres leyes naturales, enunciadas por primera vez de un modo preciso por Isaac Newton (1643-1727). No debe deducirse, sin embargo, que la mecánica como ciencia comenzó con Newton. Muchos le habían precedido en estos estudios, siendo el más destacado Galileo Galilei (1564-1642), quien, en sus trabajos sobre el movimiento acelerado, había establecido los fundamentos para la formulación por Newton de sus tres leyes.
En este curso sólo utilizaremos dos de las tres leyes de Newton: la primera y la tercera.

2.2. Equilibrio. Primera Ley de Newton.

Un efecto de las fuerzas es alterar las dimensiones o la forma del cuerpo sobre el que actúan; otro consiste en modificar su estado de movimiento. **El movimiento de un cuerpo** puede considerarse compuesto de su **movimiento como conjunto**, o **movimiento de *traslación***, y de cualquier **movimiento de *rotación*** que el cuerpo pueda tener.

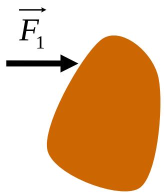
En el caso más general, **una fuerza única** actuando sobre un cuerpo produce a la vez cambios en sus movimientos de traslación y de rotación.

Cuando **varias fuerzas** actúan simultáneamente sobre un cuerpo, sus efectos pueden compensarse entre sí, dando como resultado que no haya cambio en su movimiento de traslación ni en el de rotación. Cuando sucede esto, se dice que el cuerpo está en ***equilibrio.***
Esto significa:

1. que el cuerpo en conjunto o permanece en reposo o se mueve en línea recta con velocidad constante;
2. que el cuerpo no gira o que lo hace con velocidad angular constante.

Analicemos para deducir las leyes del equilibrio:

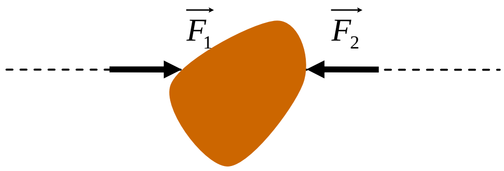
Si representamos un objeto rígido y plano de forma arbitraria colocado sobre una superficie horizontal de rozamiento despreciable y le aplicamos una fuerza única F_1, observando que estando inicialmente en reposo, comienza a moverse y a girar en el sentido de las agujas de un reloj.



(movimiento)

Si en cambio, inicialmente está en movimiento, el efecto de la fuerza es cambiar el movimiento de traslación en intensidad o dirección (o ambas cosas a la vez) y aumentar o disminuir su velocidad de rotación, es decir el cuerpo no permanece en equilibrio.

El equilibrio se restablece aplicando una segunda fuerza F_2 que sea igual en valor que F_1 y actúe en su misma línea de acción, pero en sentido opuesto, esto hace que la resultante de F_1 y F_2 sea nula.

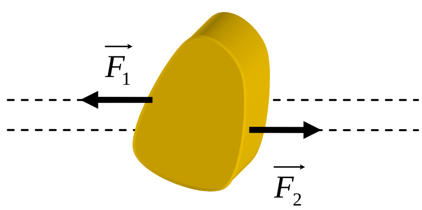


$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

$$R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + (-\vec{F}_1) = 0$$

(equilibrio)

Si en cambio, las líneas de acción de ambas fuerzas no coinciden, el cuerpo mantendrá su equilibrio de traslación pero no el de rotación.



(movimiento)

Cuando a un cuerpo se lo somete a tres o más fuerzas coplanares y no paralelas: F_1, F_2 y F_3, como indica la Figura 2-1.

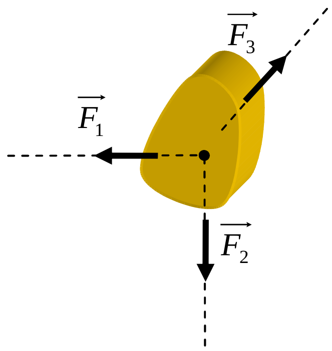


Fig. 2-1

Se trasladan dos de sus fuerzas, por ejemplo F_1 y F_2 , a la intersección de sus líneas de acción para obtener su resultante R. Las fuerzas quedan reducidas a R y F_3, y para que exista el equilibrio se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Iguales en intensidad.
2. De sentido opuesto
3. Con la misma línea de acción.

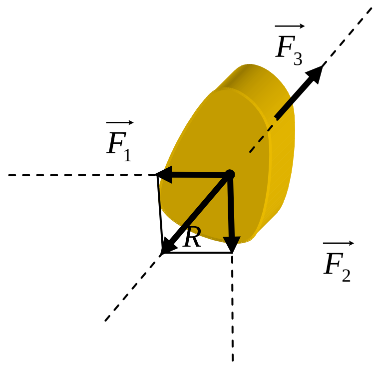


Fig. 2-2

De las dos primeras condiciones se deduce que la resultante de las fuerzas es nula, (si R = $\vec{F}_3$). La tercera condición se cumple sólo si la línea de acción de F_3 pasa por el punto de intersección de las líneas de acción de F_1 y F_2 . O sea, las ***tres fuerzas han de ser concurrentes***.

Para una solución analítica, es ordinariamente más sencillo manejar **las componentes rectangulares de la resultante R de cualquier conjunto de fuerzas coplanares son:**

$$\boxed{R_x = \sum F_x; \qquad R_y = \sum F_y;}$$

Cuando un cuerpo está en equilibrio, la resultante de todas las fuerzas es nula. Ambas componentes rectangulares son entonces nulas, y, por tanto, para un cuerpo en equilibrio se verifica:

$$\boxed{\sum F_x = 0; \qquad \sum F_y = 0.}$$ ***1º condición de equilibrio***

La expresión de que un cuerpo está en equilibrio completo cuando quedan satisfechas ambas condiciones es la esencia de *la primera ley del movimiento de Newton:*

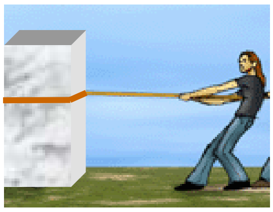
Ley I: ***Todo cuerpo continúa en su estado de reposo, o de movimiento uniforme y rectilíneo, a menos que sea impelido a cambiar dicho estado por fuerzas ejercidas sobre él.***

2.3. Tercera Ley del Movimiento de Newton.

Cualquier fuerza dada es solo un aspecto de una acción mutua entre *dos cuerpos*. ***Siempre que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo ejerce sobre el primero una fuerza igual en intensidad, de sentido opuesto y que tiene la misma línea de acción.*** No es posible, por tanto, la existencia de una fuerza única, aislada. Las dos fuerzas que intervienen se denominan ***acción*** y ***reacción***. *La tercera ley del movimiento de Newton* dice*:*

Ley III: ***a cada acción se opone siempre una reacción igual; o sea, las acciones mutuas entre dos cuerpos son siempre iguales y dirigidas hacia partes contrarias.***

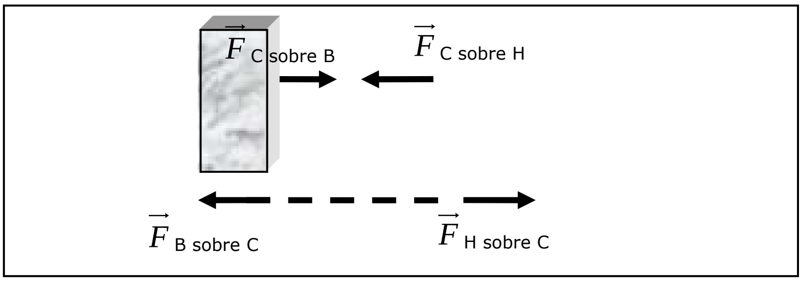
Un hombre arrastra un bloque de mármol sobre un piso tirando de una cuerda atada al bloque. El bloque puede estar o no en equilibrio. ¿Qué reacciones hay entre las diversas fuerzas? ¿Cuáles son los pares acción-reacción?



Para responder a estas preguntas, representamos las fuerzas horizontales que actúan sobre cada cuerpo: el bloque (B), la cuerda (C) y el hombre (H). Usamos subíndices en todas las fuerzas para mayor claridad.

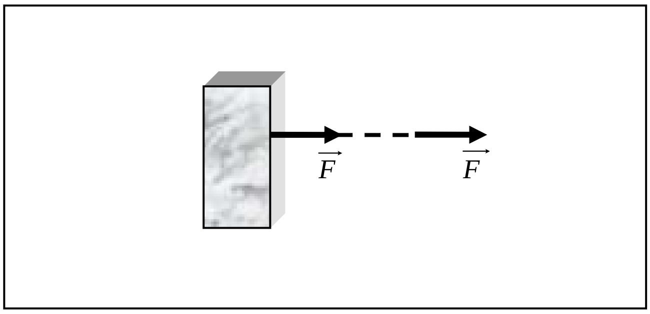
El vector $\vec{F}_{\text{H SOBRE C}}$ representa la fuerza ejercida *por* el hombre *sobre* la cuerda; su reacción es la fuerza igual y opuesta $\vec{F}_{\text{C SOBRE H}}$ ejercida *por* la cuerda *sobre* el hombre. $\vec{F}_{\text{C SOBRE B}}$ es la fuerza ejercida por la cuerda sobre el bloque; su reacción es la fuerza igual y opuesta $\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$ ejercida por el bloque sobre la cuerda:

$$\vec{F}_{\text{C SOBRE H}} = -\vec{F}_{\text{H SOBRE C}} \quad \text{y} \quad \vec{F}_{\text{C SOBRE B}} = -\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$$



Las fuerzas $\vec{F}_{\text{H SOBRE C}}$ y $\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$ no son un par de fuerzas de acción-reacción; ambas actúan sobre el mismo cuerpo (la cuerda); una acción y su reacción *siempre* actúan sobre cuerpos *distintos*. Además, las intensidades de $\vec{F}_{\text{H SOBRE C}}$ y de $\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$ no son necesariamente iguales.

La cuerda está en equilibrio cuando las fuerzas $\vec{F}_{\text{H SOBRE C}}$ y de $\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$ tienen igual intensidad, es un ejemplo de la *primera ley de Newton.* Entonces, como $\vec{F}_{\text{C SOBRE B}}$ es igual a $\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$ por la *tercera ley de Newton*, resulta que en este caso especial $\vec{F}_{\text{C SOBRE B}}$ es igual a $\vec{F}_{\text{H SOBRE C}}$, y la fuerza ejercida sobre el bloque por la cuerda es igual a la fuerza ejercida sobre la cuerda por el hombre. La cuerda transmite al bloque sin *variación*, la fuerza ejercida sobre ella por el hombre. Una forma simplificada, si la cuerda está en equilibrio puede considerarse que transmite una fuerza F' desde el hombre al bloque, y viceversa.



Un cuerpo como la cuerda, al que se aplican fuerzas que tiran de sus extemos, está en **tensión.** La tensión en cualquier punto es la intensidad de la fuerza que actúa en ese punto.

La tensión en el extremo derecho de la cuerda es la intensidad de $\vec{F}_{\text{H SOBRE C}}$ (o de $\vec{F}_{\text{C SOBRE H}}$), y en el izquierdo, la de $\vec{F}_{\text{B SOBRE C}}$ (o $\vec{F}_{\text{C SOBRE B}}$). Si la cuerda está en equilibrio y sólo actúan sobre ella fuerzas en sus extremos, la tensión es igual en ambos extremos y en toda la cuerda.

Ejemplos de equilibrio: Para la resolución de problemas, utilizar un diagrama en el que se represente:

1º) el aparato o la estructura mediante un esquema.

2º) cada fuerza ejercida sobre el cuerpo con una flecha: ***diagrama de fuerzas o diagrama del cuerpo libre***. Con los valores de la fuerzas, los ángulos y las distancias, asignando letras a todas las intensidades desconocidas.

3º) se dibuja el sistema de ejes rectangulares y las componentes rectangulares de todas las fuerzas inclinadas.

4º) se obtienen las ecuaciones algébricas y trigonométricas necesarias a partir de la condición de equilibrio:

$$\boxed{\sum F_x = 0; \qquad \sum F_y = 0.}$$

Una fuerza que encontraremos en muchos problemas es el ***peso*** del cuerpo: la fuerza de atracción gravitatoria ejercida sobre el cuerpo por la Tierra. La línea de acción de esta fuerza pasa siempre por un punto denominado ***centro de gravedad*** del cuerpo.

Ejemplo 1.-

Consideremos un cuerpo en reposo pendiente del techo mediante una cuerda vertical. Como muestra en la Fig. 2-3:

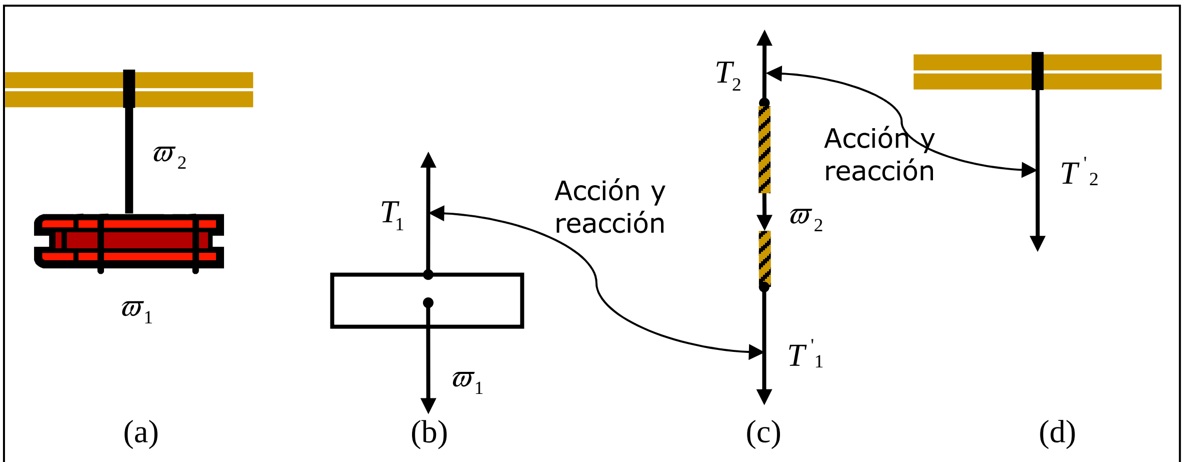


Fig. 2-3

La parte (b) de la Fig. es el diagrama de fuerzas para el cuerpo. Las fuerzas que actúan sobre él son su peso ϖ_1 y la fuerza hacia arriba T_1, ejercida por la cuerda sobre él. Si tomamos el eje x horizontal y el eje y vertical, no hay fuerzas componentes según el eje x, y las componentes sobre el eje y son las fuerzas ϖ_1 y T_1. Según esto, en virtud de la condición $\sum F_y = 0$;

$$\sum F_y = T_1 - \varpi_1 = 0;$$

$$T_1 = \varpi_1 \qquad \text{(1ª ley)}$$

Para que ambas fuerzas tengan la misma línea de acción, el centro de gravedad del cuerpo ha de encontrarse debajo del punto de unión con la cuerda y en la misma vertical.

Insistamos de nuevo en que las fuerzas ϖ_1 y T_1 no constituyen una pareja de fuerzas de acción y reacción, aunque sean iguales en intensidad, de sentido opuesto y tengan la misma línea de acción. El peso ϖ_1 es una fuerza de atracción igual y opuesta ejercida sobre el cuerpo por la Tierra. Su reacción es una fuerza de atracción igual y opuesta ejercida sobre el cuerpo por la Tierra. Esta reacción forma parte del sistema de fuerzas que actúan sobre la Tierra, y, por tanto, no aparece en el diagrama de fuerzas del bloque suspendido.

La reacción a la fuerza T_1 es una fuerza igual, T'_1, dirigida hacia abajo, ejercida sobre la cuerda por el cuerpo suspendido:

$$T_1 = T'_1 \qquad \text{(3ª ley)}$$

La fuerza T'_1 está representada en la parte (c), que es el diagrama de fuerzas de la cuerda. Las otras fuerzas que actúan sobre la cuerda son su propio peso ϖ_2 y la fuerza T_2 dirigida hacia arriba, ejercida sobre su extremo superior por el techo. Puesto que la cuerda está también en equilibrio:

$$\sum F_y = T_2 - \varpi_2 - T_1' = 0;$$

$$T_2 = \varpi_2 + T_1' \qquad \text{(1ª ley)}$$

La reacción a T_2 es la fuerza T'_2 de la parte (d), dirigida hacia abajo y ejercida sobre el techo de la cuerda:

$$T_2 = T'_2 \qquad \text{(3ª ley)}$$

Sea por ejemplo, un cuerpo que pesa 20Kg. y una cuerda de peso 1Kg. Entonces:

$$T_1 = \varpi_1 = 20Kg;$$

$$T'_1 = T_1 = 20Kg;$$

$$T_2 = \varpi_2 + T_1' = 1Kg + 20Kg = 21Kg;$$

$$T'_2 = T_2 = 21Kg;$$

Si el peso de la cuerda fuera despreciable por ser suficientemente pequeño, no actuarían prácticamente otras fuerzas que las de sus extremos. Las fuerzas T_2 y T'_2 serían entonces iguales cada una de ellas a 20 Kg. y, como se explicó anteriormente, podría considerarse que la cuerda transmite de un extremo a otro, sin alteración, una fuerza de 20 Kg. Podríamos entonces considerar la tracción hacia arriba de la cuerda como una acción, y la tracción hacia abajo sobre el techo, como su reacción. La tensión de la cuerda sería entonces 20Kg.

Ejemplo 2.- Un bloque de peso ϖ cuelga de una cuerda que está anudada en *O* a otras dos cuerdas fijas al techo. Se desea hallar las tensiones en estas tres cuerdas. Los pesos de las cuerdas se consideran despreciables.

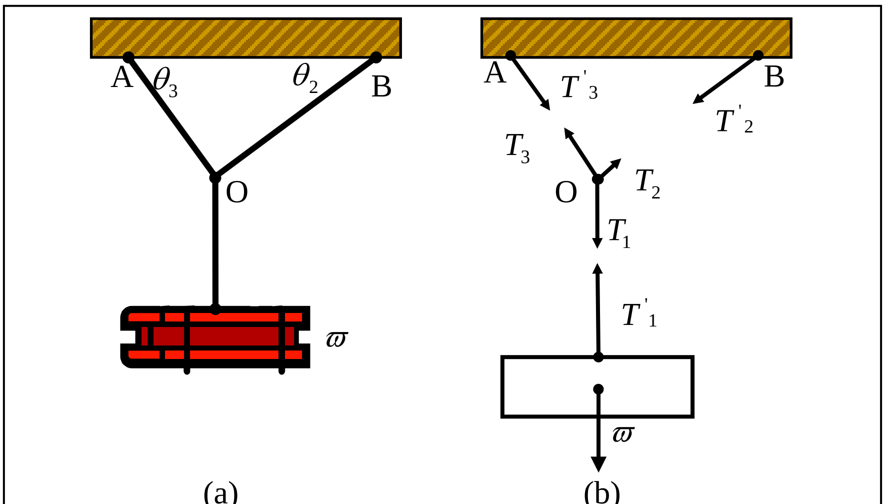


Fig. 2-4

Con objeto de utilizar las condiciones de equilibrio para calcular una fuerza desconocida, tenemos que considerar algún cuerpo que esté en equilibrio y sobre el cual actúe la fuerza deseada. El bloque suspendido es uno de tales cuerpos y, como se demostró en el ejemplo precedente, la tensión en la cuerda vertical que soporta el bloque es igual al peso del mismo. Las cuerdas inclinadas no ejercen fuerzas sobre el bloque, pero actúan sobre el nudo en *O*. Consideremos el *nudo*, por consiguiente, como un pequeño cuerpo en equilibrio cuyo propio peso es despreciable.

Los diagramas de fuerzas para el bloque y el nudo están indicadas en la Fig. 2-4 (b), donde T_1, T_2 y T_3 representan las fuerzas ejercidas *sobre el nudo* por las tres cuerdas, y T'_1, T'_2 y T'_3, las reacciones a estas fuerzas.

Consideremos en primer lugar el bloque suspendido. Puesto que está en equilibrio,

$$T'_1 = \varpi \qquad (1^a \text{ Ley})$$

Como T_1 y T'_1, forman una pareja de acción y reacción.

$$T'_1 = T_1 \qquad (3^a \text{ Ley})$$

Por tanto,

$$T_1 = \varpi$$

Para encontrar T_2 y T_3, descompongamos estas fuerzas (Fig. 2-5) en sus componentes rectangulares. Entonces, en virtud de la *primera* ley de Newton:

$$\sum F_x = T_2 \cos\theta_2 - T_3 \cos\theta_3 = 0;$$

$$\sum F_y = T_2 sen\theta_2 + T_3 sen\theta_3 - T_1 = 0.$$

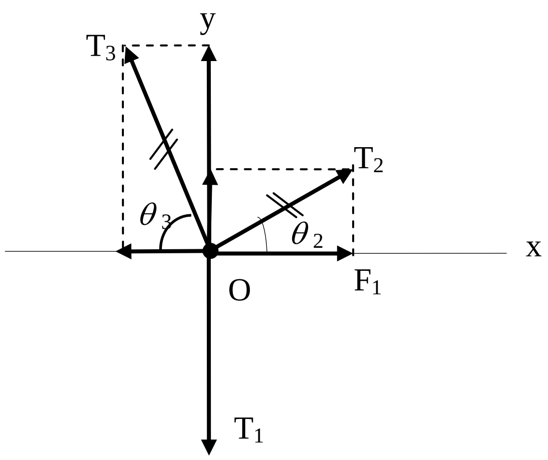


Fig. 2-5

Sea por ejemplo, $\varpi = 50Kg.\ \theta_3 = 60^o$, $\theta_2 = 30^o$. Entonces, T_1 = 50Kg. y, en virtud de las dos ecuaciones precedentes,

T_2=25Kg; T_3=43,3 Kg.

Finalmente, sabemos por la *tercera* ley de Newton que las cuerdas inclinadas ejercen sobre el techo fuerzas T'_2 y T'_3 iguales y opuestas, respectivamente, a T_2 y T_3.

Ejemplo 3.- En la Fig. 2-6, se representa un bloque A de peso ϖ_1 que se haya en reposo sobre un plano inclinado, sin rozamiento, de pendiente θ. El centro de gravedad del bloque coincide, en este ejemplo, con su centro geométrico. Una cuerda flexible atada al centro de la cara derecha del bloque pasa por una polea lisa y se une a un segundo bloque B de peso ϖ_2. Se desprecian el peso de la cuerda y el rozamiento en la polea.

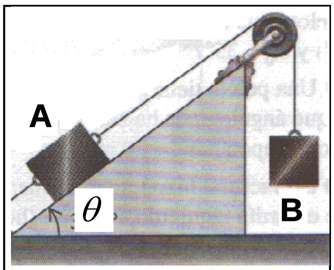


Fig. 2-6

Conocidos ϖ_1 y θ, calcular el peso ϖ_2 para que el sistema esté en equilibrio, o sea, que permanezca en reposo o se mueva en cualquier sentido a velocidad constante.

Los diagramas de bloque se representan en la Fig. 2-7. Las fuerzas sobre el bloque B son su peso ϖ_2 y la fuerza *T* ejercida por la cuerda sobre él. Como está en equilibrio,

$$T = \varpi_2 \qquad (1^a \text{ ley}) \qquad [2\text{-}1]$$

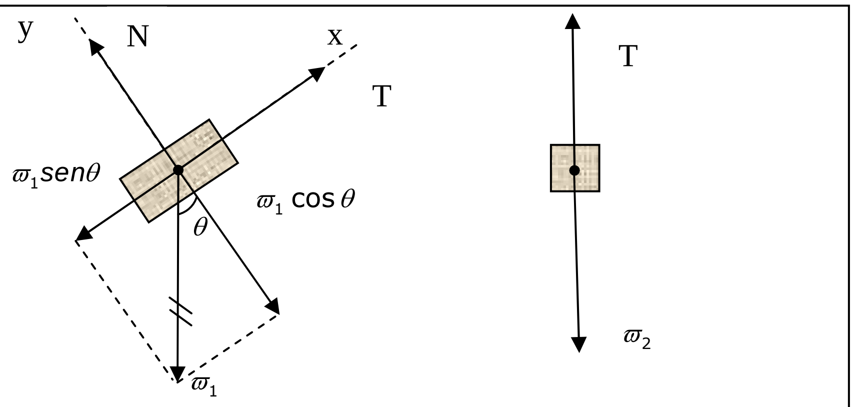


Fig. 2-7

El bloque A está sometido a su peso ϖ_1, a la fuerza *T* ejercida por la cuerda y a la fuerza *N* ejercida por el plano. Podemos utilizar el mismo símbolo *T* para la fuerza ejercida sobre cada bloque por la cuerda porque, como se explicó en la sección 2.4, estas fuerzas son equivalentes a una pareja de acción y reacción y tienen el mismo valor. La fuerza N, si no hay rozamiento, es perpendicular o normal a la superficie del plano. Dado que las líneas de acción de ϖ_1 y *T* se cortan en el centro de gravedad del bloque, la línea de acción de *N* pasa también por este punto. Lo más sencillo es elegir los ejes x e y paralelo y perpendicular a la superficie del plano, porque entonces sólo es necesario descomponer en sus componentes el peso ϖ_1. Las condiciones de equilibrio dan:

$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = T - \varpi_1 sen\theta = 0; \\ \sum F_y = N - \varpi_1 \cos\theta = 0. \end{array}\right\} \quad (1^a \text{ ley}) \qquad \begin{array}{l} [2\text{-}2] \\ [2\text{-}3] \end{array}$$

Así, si ϖ_1 = 100Kg. y θ=36,9º, se tiene, por las ecuaciones [2-1] y [2-2]:

$$\varpi_2 = T = \varpi_1 sen\theta$$
$$= 100 \text{ Kg.}*0,6 = 60\text{Kg.}$$

y según la ecuación [2-3]:

$$N = \varpi_1 \cos\theta$$
$$= 100 \text{ Kg.} *0.799 = 79,9\text{Kg.}$$

Obsérvese que en *ausencia de rozamiento* el mismo peso ϖ_2 de 50 Kg. se requiere tanto si el sistema permanece en reposo como si se mueve a velocidad constante en *cualquier* sentido. No sucede así cuando hay rozamiento.

Ejemplo 4.- La figura 2-8 (a) muestra un puntal AB, pivotado en el extremo A, atado a una pared mediante un cable, y que soporta una carga ϖ en el extremo B. Se suponen despreciables los pesos del puntal y del cable, y conocidos el peso ϖ y los ángulos $\theta_1 y \theta_2$.

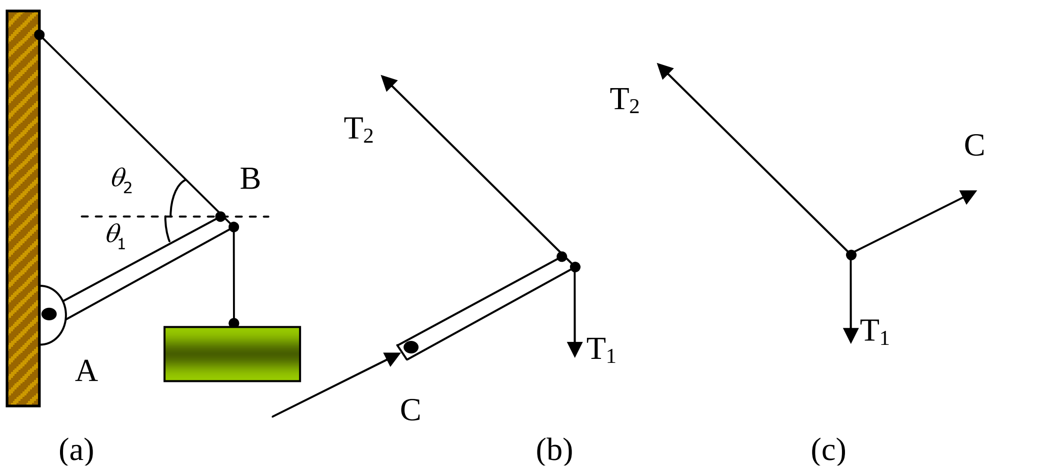


Fig. 2-8

La figura 2-8 (b) representa las fuerzas que actúan sobre el puntal: T_1 es la fuerza ejercida por el cable vertical; T_2 es la fuerza ejercida por el cable inclinado, y C es la fuerza ejercida por el pivote. La fuerza T_1 es conocida tanto en intensidad como en dirección; la fuerza T_2 solo es conocida en dirección, y se desconocen la intensidad y dirección de C. Sin embargo, las fuerzas T_1 y T_2 han de cortarse en el extremo superior del puntal, y, puesto que éste se encuentra en equilibrio bajo la acción de las tres fuerzas, la línea de acción de la fuerza C ha de pasar también por el extremo superior del puntal. En otras palabras, la dirección de la fuerza C coincide con la del puntal.

Por consiguiente, la resultante de T_1 y T_2 actúa también a lo largo de esta línea, y el puntal, en efecto, está sometido a fuerzas en sus extremos dirigidas una hacia otra a lo largo de él. El efecto de estas fuerzas es comprimir el puntal, y se dice que está sometido a una

compresión. Si las fuerzas que actúan sobre un puntal *no* están todas aplicadas en sus extremos, la dirección de la fuerza resultante en los extremos *no* está dirigida a lo largo del puntal, según quedará aclarado en el próximo ejemplo.
En la figura 2-8 (c), la fuerza C ha sido trasladada a lo largo de su línea de acción hasta el punto de intersección de las tres fuerzas. El diagrama de fuerzas es exactamente igual al de la figura 2-5, y el problema se resuelve del mismo modo.

Ejemplo 5.- En la figura 2-9, una escalera que está en equilibrio se apoya contra una pared vertical sin rozamiento.

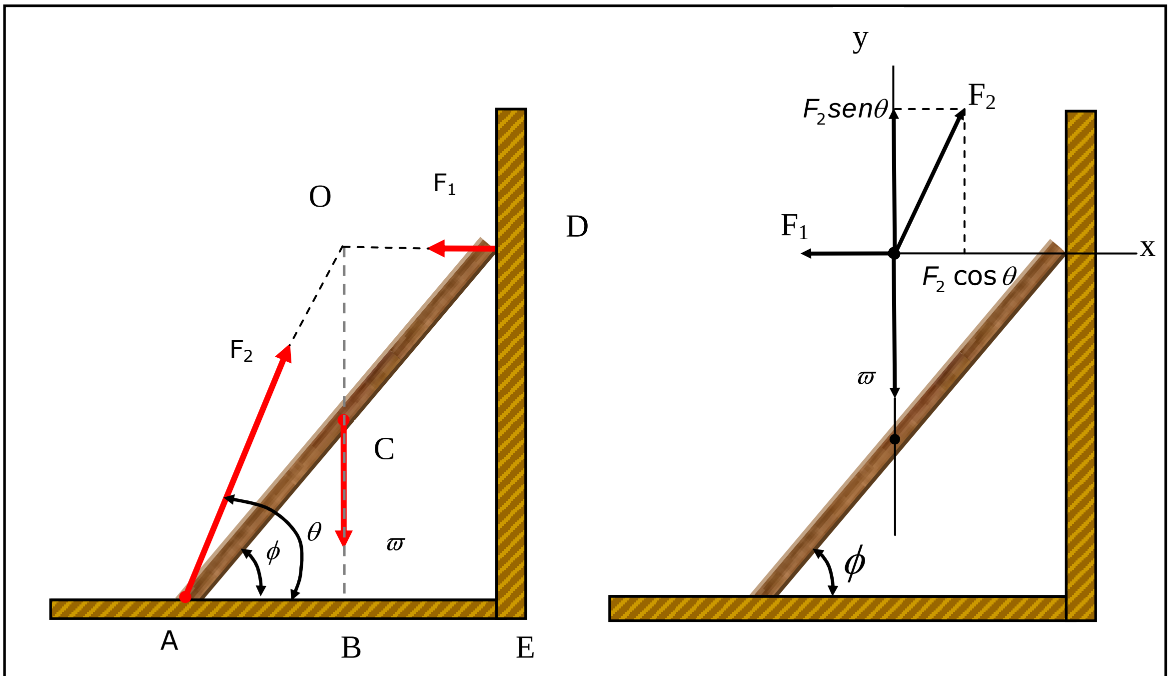


Fig. 2-9

Las fuerzas sobre la escalera son: 1) su peso ϖ , 2) la fuerza F_1 ejercida sobre la escalera por la pared vertical y que es perpendicular a ésta si no hay rozamiento; 3) la fuerza F_2 ejercida por el suelo sobre la base de la escalera. La fuerza ϖ es conocida en intensidad y dirección; de la fuerza F_1 sólo se conoce su dirección. Como en el ejemplo anterior, la escalera está en euqilibrio bajo la acción de tres fuerzas que han de ser concurrentes. Puesto que las líneas de acción de F_1 y ϖ son conocidas, queda determinado su punto de intersección (punto O). La línea de acción de F_2 ha de pasar también por este punto. Obsérvese que ni la dirección de F_1 ni la de F_2 se encuentran a lo largo de la escalera. En la parte (b) las fuerzas han sido transportadas al punto de intersección de sus líneas de acción, y

$$\sum F_x = F_2 \cos\theta - F_1 = 0; \qquad [2\text{-}4]$$

$$\sum F_y = F_2 sen\theta - \varpi = 0. \qquad [2\text{-}5]$$

Como ejemplo numérico, supongamos que la escalera pesa 80 Kg., tiene 6 m de longitud, su centro de gravedad está situado en su punto medio y forma un ángulo ϕ=35º con el suelo. Se desea determinar el ángulo θ, calculemos en primer lugar las longitudes AB y BO.

En el triángulo rectángulo ABC, tenemos:

$$AB = AC \cos\phi$$

$$= 3 \text{ m} * 0{,}60 = 1{,}80 \text{ m.}$$

y en el triángulo rectángulo AED:

$$DE = AD \text{ sen } \phi$$

$$= 6 \text{ m} * 0{,}80 = 4{,}80 \text{ m.}$$

En el triángulo rectángulo AOB, puesto que OB = DE, se tiene:

$$tg\theta = \frac{OB}{AB} = \frac{4{,}8m}{1{,}8m} = 2{,}67;$$

$$\theta = 69{,}5º;$$

$$sen\theta = 0{,}937, \ \cos\theta = 0{,}350.$$

$$F_2 = \frac{\varpi}{sen\theta} = \frac{80Kg}{0{,}937} = 85{,}5Kg.$$

y en virtud de la Ecuación [2-4],

$$F_1 = F_2 \cos\theta = 85{,}5 \text{ Kg.} * 0{,}350 = 30 \text{ Kg.}$$

La escalera presiona contra la pared y el suelo con fuerzas iguales y opuestas a F_1 y F_2 respectivamente.

2.4. Fuerzas de fricción.

Un cuerpo descansa o se desliza por una superficie, que ejerce fuerzas sobre el cuerpo, y usamos los términos **fuerza normal** y f**uerza de fricción** para describirlas. Siempre que dos cuerpos interaccionan por contacto directo de sus superficies, llamamos a las fuerzas de interacción **fuerzas de contacto**. Las fuerzas normal y de friccción son de contacto.

La fricción es una fuerza importante en la vida diaria, por ejemplo, el aceite del motor de un auto minimiza la fricción entre piezas móviles, pero sin fricción entre las ruedas y el camino, el coche, no podría avanzar, ni girar. Sin fricción, los clavos se saldrían, las bombillas se desatornillarían y no podríamos andar en bicicleta.

Supongamos que se ata una cuerda al bloque y se aumenta gradualmente la tensión T de la cuerda. Mientras la tensión no sea demasiado grande, el bloque permanece en reposo. La fuerza P ejercida sobre el bloque por la superficie está inclinada hacia la izquierda, puesto que las tres fuerzas *P*, ω y *T* han de ser concurrentes.

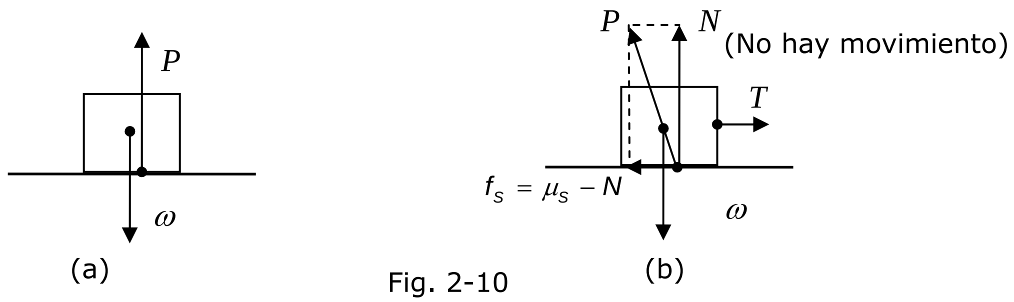
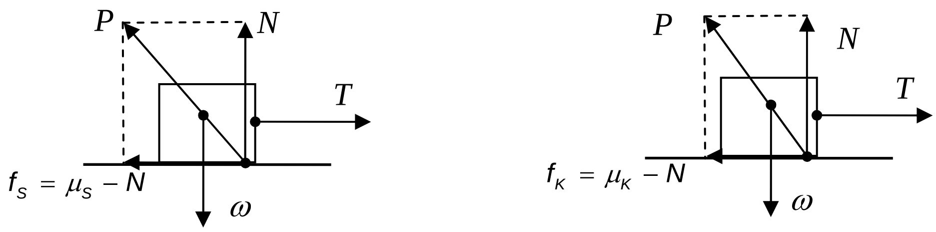


Fig. 2-10

La componente de P paralela a la superficie se denomina fuerza de ***rozamiento estático***, f_S, la otra componente, *N*, es la fuerza *normal* ejercida sobre el bloque por la superficie. Por las condiciones de equilibrio, la fuerza de rozamiento estático f_S, es igual a *T*, y la fuerza *N*, igual al peso ω.



(a) (Movimiento inminente) (b) (Hay Movimiento)

Fig. 2-11

Cuando se incrementa la fuerza *T*, llega a alcanzar un valor límite para el cual el bloque se despega de la superficie y comienza a moverse. La fuerza de rozamiento estático f_S no puede pasar de un cierto valor máximo.

Para dos superficies dadas, el valor máximo es proporcional, aproximadamente, a la fuerza normal *N*. La fuerza real de rozamiento estático puede tener, por consiguiente, cualquier valor comprendido entre cero (cuando no hay ninguna fuerza aplicada a la superficie) y un valor máximo proporcional a la fuerza normal *N*, o sea igual a $\mu_S N$. El factor ω_S se denomina ***coeficiente estático de rozamiento***:

$$\boxed{f_S \leq \mu_S N}$$

El signo de igualdad sólo es válido cuando la fuerza aplicada *T*, paralela a la superficie, tiene un valor tal que el movimiento está pronto a iniciarse. Cuando *T* es inferior a ese valor, es válido el signo de desigualdad, y el valor de la fuerza de rozamiento ha de calcularse mediante las condiciones de equilibrio.

Tan pronto como el deslizamiento comienza, se observa que la fuerza de rozamiento disminuye. Para dos superficies dadas, esta nueva fuerza de rozamiento es también aproximadamente proporcional a la fuerza normal. El coeficiente de proporcionalidad, μ_K, se denomina ***coeficiente de rozamiento por deslizamiento o coeficiente cinético de rozamiento***. Así, cuando el bloque está en movimiento, la fuerza de rozamiento por deslizamiento está dada por:

$$\boxed{f_S \leq \mu_K N}$$

Los coeficientes estático y cinético de rozamiento dependen principalmente de la naturaleza de ambas superficies en contacto, siendo relativamente grande si las superficies son ásperas, y pequeño si son pulidas. El coeficiente cinético de rozamiento por deslizamiento varía algo con la velocidad relativa, pero para simplificar supondremos que es independiente de ella. También es aproximadamente independiente del área de contacto. Sin embargo, puesto que en realidad dos superficies físicas solo se tocan en un número relativamente pequeño de partes salientes, la verdadera superficie de contacto difiere mucho del área total. Las ecuaciones $\boxed{f_S \leq \mu_S N}$ y $\boxed{f_S \leq \mu_K N}$ son relaciones empíricas útiles, pero no representan leyes físicas fundamentales, como las leyes de Newton.

<u>Ejemplo 1</u>.- Supongamos que un bloque pesa 20Kg., que la tensión T puede aumentarse hasta 8 Kg. antes que el bloque comience a deslizar, y que para mantener el bloque en movimiento, una vez que este se ha iniciado, es necesaria una fuerza de 4 Kg. Calcular los coeficientes estático y cinético de rozamiento.

Según los datos se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} \sum F_y = N - 20Kg = 0; \\ \sum F_y = N - 20Kg = 0; \end{array}\right\} \qquad (1^a \text{ ley})$$

$$f_s = \mu_s N \quad \text{(movimiento inminente)}$$

Por consiguiente,

$$\mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{8Kg}{20Kg} = 0{,}40.$$

Según la Fig. 2-11 (a), resulta.

$$\left.\begin{aligned}\sum F_y &= N - 20Kg = 0;\\ \sum F_y &= N - 20Kg = 0;\end{aligned}\right\} \quad (1^{a}\ \text{ley})$$

$$f_s = \mu_s N \qquad \text{(hay movimiento)}$$

Por tanto,

$$\mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{4Kg}{20Kg} = 0{,}20.$$

<u>Ejemplo 2</u>.- ¿Cúal es la fuerza de rozamiento si el bloque está en reposo sobre la superficie y se ejerce una fuerza horizontal de 5 Kg sobre él?

$$\sum F_x = T - f_s = 5Kg - f_s = 0; \qquad (1^{a}\ \text{ley})$$

Obsérvese que, en este caso,

$$f_s < \mu_s N$$

<u>Ejemplo 3</u>.- ¿Qué fuerza T, que forme un ángulo de 30º por encima de la horizontal, es necesaria para arrastrar hacia la derecha a velocidad constante, como en la figura 2-12, un bloque de 20Kg si el coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la superficie es de 0,20?

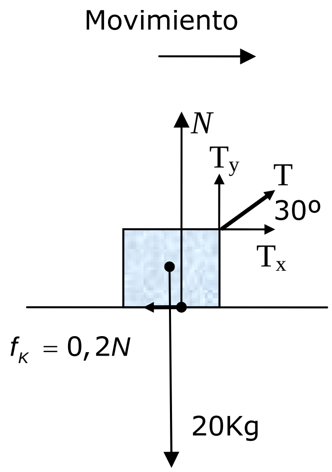


Fig. 2-12

Las fuerzas sobre el bloque están representadas en el diagrama. Por la 1ª condición de equilibrio:

$$\sum F_x = T\cos 30º - 0{,}20N = 0;$$

$$\sum F_y = Tsen30º + N - 20Kg. = 0.$$

La resolución del sistema da:

T= 4,15 Kg.

N= 17,9 Kg.

Obsérvese que en este ejemplo la fuerza normal N no es igual al peso del bloque, sino que es inferior a él en la componente vertical de la fuerza T.

PROBLEMAS

2-1 Un bloque se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal.

a) ¿Qué dos fuerzas actúan sobre él?
b) ¿Por qué cuerpos son ejercidas cada una de estas fuerzas?
c) ¿Cuáles son las reacciones a estas fuerzas?
d) ¿Sobre qué cuerpo es ejercida cada reacción y por qué cuerpo es ejercida?

2-2 Un bloque recibe un empuje a lo largo del tablero de una mesa y desliza, saliendo del borde del tablero.

a) ¿Qué fuerza o fuerzas se ejercen sobre él mientras cae desde la mesa al suelo?
b) ¿Cuál es la reacción a cada fuerza, esto es, sobre qué cuerpo y por qué cuerpo es ejercida la reacción? Prescíndase de la resistencia del aire.

2-3 Dos pesos de 10Kg. están suspendidos en los extremos de una cuerda que pasa por una polea ligera sin rozamiento. La polea está sujeta a una cadena que cuelga del techo.

a) ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
b) ¿Cuál es la tensión de la cadena?

2-4 El peso del bloque representado en la Figura 2-4 es de 50 Kg. Calcular las tensiones T_2 y T_3:

a) Si $\theta_2 = \theta_3 = 60º$
b) Si $\theta_2 = \theta_3 = 10º$
c) Si $\theta_2 = 60º, \theta_3 = 0$
d) Si AB=3m. AO=1,80 m., OB=2,40 m.

2-5 Calcular la tensión en cada cuerdad de la figura 2-13 si el peso del cuerpo suspendido es de 200 Kg.

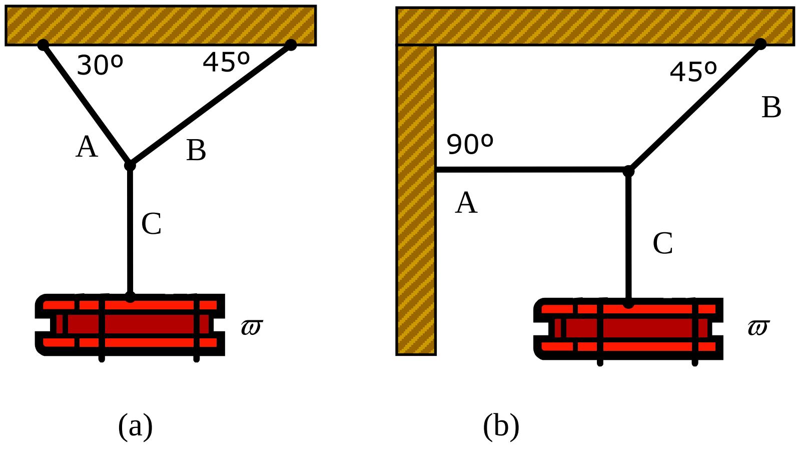


Fig. 2-13

2-6 Calcular la tensión del cable, y el valor y sentido de la fuerza ejercida sobre el puntal por el pivote, en los dispositivos esquematizados en la figura 2-14, siendo en todos los caos 1000 Kg. el peso del objeto suspendido. Despréciese el peso del puntal.

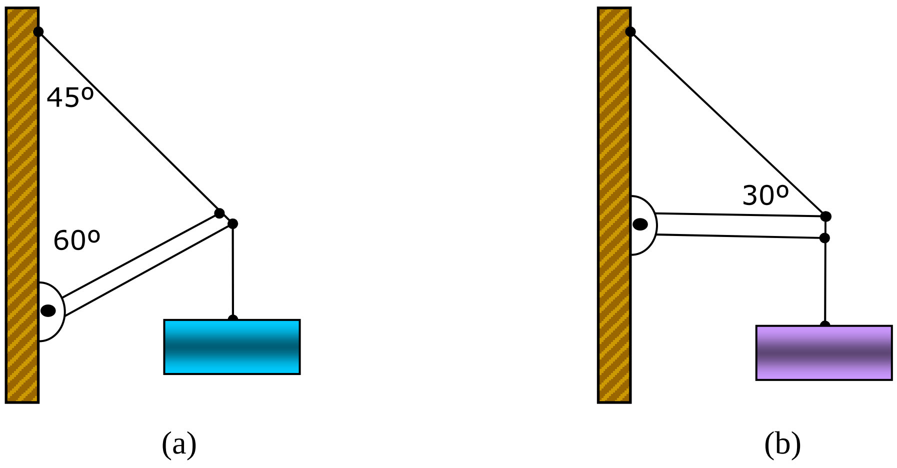


Fig. 2-14

3. EQUILIBRIO

Objetivos:

Al término de la presente unidad el alumno estará en condiciones de:

1. *Conocer el concepto de momento de una fuerza.*
2. *Aplicar la segunda condición de equilibrio.*
3. *Calcular la resultante de un conjunto de fuerzas paralelas*
4. *Determinar el centro de gravedad de un cuerpo.*
5. *Resolver problemas de aplicación.*

3.1. Equilibrio. Momento de una fuerza.

El efecto producido sobre un cuerpo por una fuerza de intensidad y dirección dada depende de la posición de la línea de acción de la fuerza.

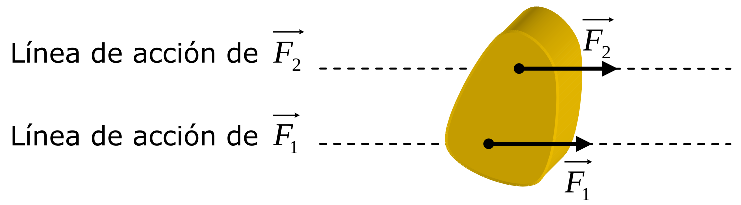


Fig. 3-1

Así, la fuerza F_1 originaría una rotación en sentido contrario a las agujas del reloj, con traslación hacia la derecha, mientras que la fuerza F_2 produciría una rotación en el mismo sentido que el de las agujas del reloj.

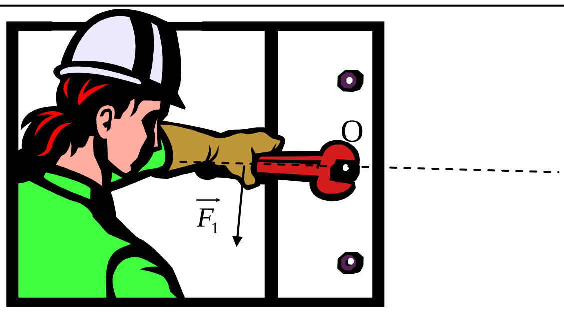


Fig. 3-2

El brazo de palanca de una fuerza puede quedar determinado mediante la distancia de algún punto de referencia a dicha línea de acción de la fuerza.

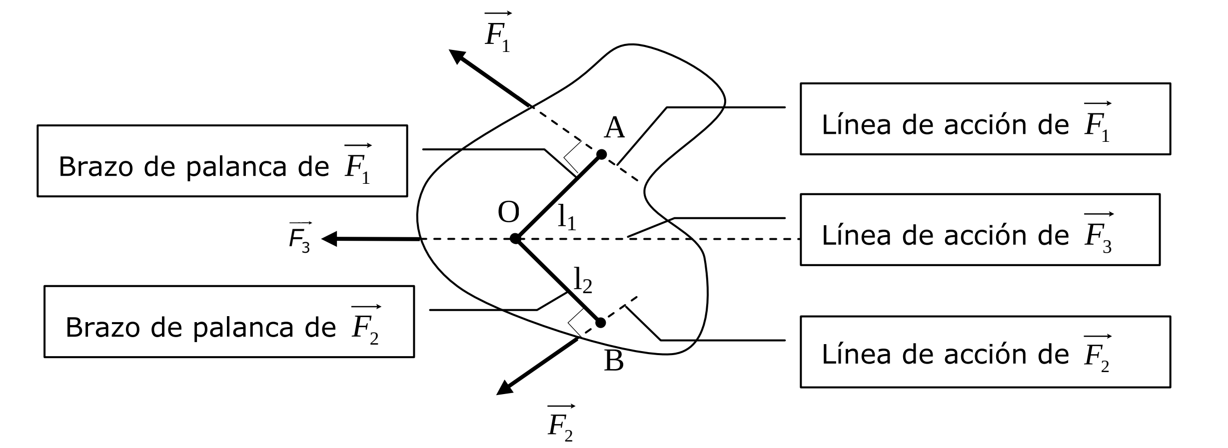


Fig. 3-3

La distancia desde este punto que simboliza un eje de rotación a la línea de acción de una fuerza se denomina ***brazo de la fuerza o brazo de momento*** de la fuerza respecto al eje. El producto del valor de una fuerza por su brazo se denomina ***momento de la fuerza*** respecto al eje.

Así, la Figura 3-3 es la vista superior de un objeto plano que gira alrededor de un eje perpendicular al plano de la Fig. y que pasa por punto O.
El cuerpo esta sometido a las fuerzas F_1 y F_2 que se encuentran en el plano de la Fig. El brazo de momento de F_1 es la distancia OA, de la longitud l_1 y el brazo de momento F_2 es la distancia OB, de longitud l_2.

El efecto de la fuerza F_1 es producir una rotación alrededor del eje en sentido contrario a las agujas de un reloj, mientras que el de la fuerza F_2 es producir una rotación del mismo sentido. Para distinguir entre estos sentidos de rotación adoptaremos el convenio de que los momentos de sentidos contrarios al del reloj son positivos y los del mismo sentido, negativos. Por consiguiente el momento M_1 de la fuerza F_1 respecto al eje que pasa por O es:

$$M_1 = + F_1\, l_1$$

Y el momento M_2 de F_2 es:

$$M_2 = - F_2\, l_2$$

Si las fuerzas se expresan en kilogramos y las longitudes en metros, los momentos se expresan en kilogramos × metro.

3.2. Segunda condición de equilibrio

Vimos en la sección 2.2 que cuando un cuerpo esta sometido a un número cualquiera de fuerzas coplanares, éstas pueden reducirse siempre a dos, como en la Fig. 2-2. **Para que el cuerpo este en equilibrio, estas fuerzas: (a) han de ser de igual intensidad y sentido opuesto; (b) han de tener la misma línea de acción.**

El requisito (a) queda satisfecho por *la primera condición de equilibrio*

$$\boxed{\sum F_x = O \ \ ; \ \ \sum F_y = O}$$

El requisito (b), que es *la segunda condición de equilibrio*, puede expresarse de un modo sencillo en función de los momentos de las fuerzas.

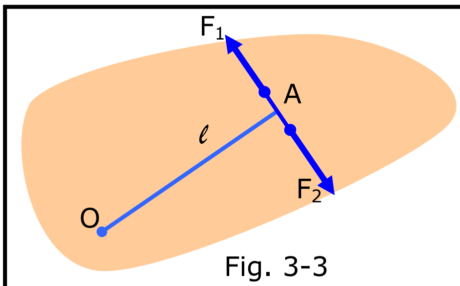


Fig. 3-3

Las fuerzas F_1 y F_2 son iguales en intensidad y con la misma línea de acción. Por lo tanto tienen el mismo brazo de momento OA de longitud ℓ, respecto a un eje que atraviesa al plano perpendicularmente en el punto O

La Figura 3-3 indica de nuevo un objeto plano sometido a dos fuerzas F_1 y F_2, el objeto esta en equilibrio. Sus momentos respecto al eje son iguales en valor absoluto y de signo opuesto y su suma algebraica es nula. Por lo tanto **la condición necesaria y suficiente para que dos fuerzas iguales y opuestas tengan la misma línea de acción es que la suma algebraica de sus momentos respecto a cualquier eje sea nula**. Según esto ***la segunda condición de equilibrio*** puede expresarse analíticamente así:

SEGUNDA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

$\sum M = O$ (respecto a cualquier eje)

Para calcular **la suma de los momentos de un sistema de fuerzas coplanares se calcula separadamente el momento de cada fuerza y luego se suman estos momentos algebraicamente**. Así, si un cuerpo esta en equilibrio bajo la acción de un numero cualquiera de fuerzas coplanares, la suma algebraica de los momentos de estas fuerzas respecto a cualquier eje es nula.

Ejemplo 1: Una barra rígida cuyo peso propio es despreciable (Fig. 3-4) esta apoyada en el punto *O* y soporta en el extremo A un cuerpo de peso w_1. Hallar el peso w_2 de un segundo cuerpo atado al extremo B si la barra esta en equilibrio, y calcular la fuerza ejercida sobre la barra por el pivote situado en *O*.

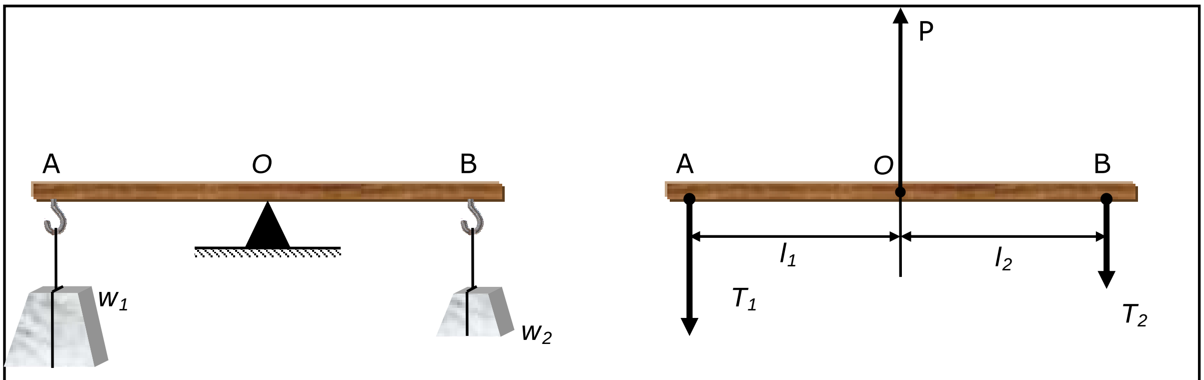


Fig. 3-4
Barra en equilibrio bajo la acción de fuerzas paralelas

La Figura 3-4 (b) representa el diagrama de fuerzas de la barra. Las fuerzas T_1 y T_2 son iguales respectivamente, a w_1 y w_2. Tomando momentos respecto a un eje perpendicular a la barra y que pase por O, las condiciones de equilibrio dan:

$$\sum F_y = P - T_1 - T_2 = O \qquad \text{(1º condición)}$$

$$\sum M_0 = T_1 l_1 - T_2 l_2 = O \qquad \text{(2º condición)}$$

Sean l_1 = 3m, l_2 = 4m. w_1= 4kg. De las ecuaciones anteriores se deducen

P=7 Kg. $T_2 = w_2 = 3$kg.

Para comprobar que el momento resultante respecto a cualquier eje es nulo, calculemos los momentos respecto a un eje que pase por el punto A:

$$\sum M_A = P l_1 - T_2(l_1 + l_2)$$

$$= 7\text{kg x } 3\text{m} - 3\text{kg x } 7\text{m} = O$$

No es necesario que el punto respecto al cual se toman momentos se encuentre sobre la barra. Para comprobar esto, el lector puede calcular el momento resultante respecto a un punto situado 1m a la izquierda de A y 1m por encima de el.

Ejemplo 2: En la Figura 3-5 la escalera mide 6m de longitud, pesa 80kg. y tiene su centro de gravedad en el punto medio, se encuentra en equilibrio apoyada en una pared vertical sin rozamiento y formando un ángulo de 53º con el suelo. Calcúlese los valores y direcciones de la fuerza que ejercen la pared y el piso contra la escalera.

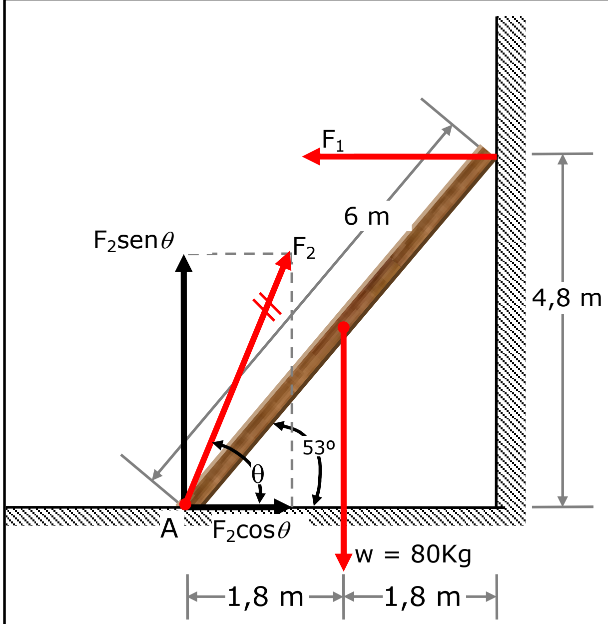


Fig. 3-5

Si la pared no tiene rozamiento, F_1 es horizontal. La dirección de F_2 es desconocida (excepto en casos especiales, su dirección *no coincide* con la de la escalera). En lugar de considerar como incógnitas su valor y dirección es más sencillo descomponer las fuerzas F_2 en componentes según Ox y Oy y hallar éstas. Después puede calcularse el valor y dirección de F_2. La primera condición de equilibrio proporciona, por lo tanto, las ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} \sum F_x &= F_2\cos\theta - F_1 = O; \\ \sum F_y &= F_2 sen\theta - 80kg = O \end{aligned}\right\} \text{(1º condición)}$$

Al escribir la segunda condición pueden calcularse los momentos respecto a un eje que pase por cualquier punto. La ecuación resultante es más sencilla si se elije un punto por el cual pasen dos o más fuerzas, puesto que estas fuerzas no aparecerán en la ecuación. Tomemos por lo tanto, momentos respecto a un eje que pase por el punto A:

$$\sum M_A = F_1 \times 4,80m - 80kg \times 1,80m = O \quad \text{(2º condición)}$$

En virtud de la segunda ecuación, F_2 senθ = 80kg, y la tercera

$$F_1 = \frac{144kg \times m}{4,80m} = 30kg$$

Entonces, de la primera ecuación

$$F_2 \cos\theta = 30\text{kg}$$

Por consiguiente:

$$F_2 = \sqrt{(80kg)^2 + (30kg)^2} = 85,5kg$$

$$\theta = arctg\frac{80kg}{30kg} = 69,5º$$

3.3. Resultante de un conjunto de fuerzas paralelas

La dirección de la resultante de un conjunto de fuerzas paralelas es la misma que la de las fuerzas y su intensidad es la suma de sus intensidades.

Consideramos las fuerzas paralelas F_1 y F_2 El punto *O* es un punto cualquiera arbitrario, y el eje x se ha tomado perpendicular a la dirección de las fuerzas.

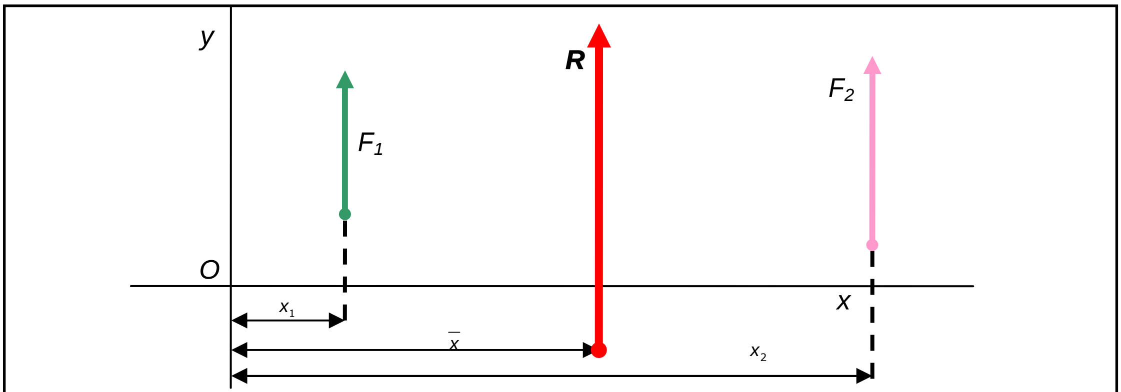


Fig. 3-7

La línea de acción de la resultante puede encontrarse a partir de la condición de que el **momento de la resultante respecto a cualquier eje ha de ser igual a la suma de los momentos de las fuerzas dadas.**

En la Figura 3-7. las fuerzas no tienen componentes según el eje x, de modo que la intensidad de la resultante:

$$R = \sum F_y = F_1 + F_2$$

Si x_1 y x_2 son las distancias desde *O* a las líneas de acción de las fuerzas, su momento resultante respecto a un eje que pase por *O* es:

$$\sum M_0 = x_1 F_1 + x_2 F_2 \quad \textbf{(3.1)}$$

Representaremos por $\overline{x}$ la distancia desde O a la línea de acción de la resultante. El momento de la resultante respecto a O será:

$$M_0 = R\overline{x} = (F_1 + F_2)\overline{x} \quad \textbf{(3.2)}$$

Y puesto que debe ser igual al momento resultante, tenemos:

(3.1) = (3.2)

$$(F_1 + F_2)\overline{x} = F_1 x_1 + F_2 x_2$$

Por, consiguiente:

$$\overline{x} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2},$$

Quedando determinados el valor, el sentido y la línea de acción de la resultante.

Generalizando:

RESULTANTE DE n FUERZAS PARALELAS

$$R = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

COORDENADA DE LA LINEA DE ACCION DE LA FUERZA RESULTANTE

$$\overline{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F} = \frac{\sum Fx}{R} \quad \text{o} \quad \overline{y} = \frac{\sum Fy}{\sum F} = \frac{\sum Fy}{R}$$

Ejemplo 3. Cuando un cuerpo está en equilibrio bajo la acción de tres fuerzas, la resultante de dos cualesquiera de ellas es igual y opuesta a la tercera y tiene la misma línea de acción. Demostrar que estas condiciones son satisfechas por las tres fuerzas paralelas de la Fig. 3-4 (b) .

Se demostró en el ejemplo 1 al final de la sección 3.2, que si l_1= 3m, l_2=4m y T_1=4kg, entonces T_2=3kg y P=7kg.

Calculemos primero la resultante T_1 y T_2. Tomemos el eje x a lo largo de la barra con el origen el A el valor de la resultante es:

$$R = \sum F = -4kg - 3kg = -7kg$$

La coordenada de su línea de acción es:

$$\overline{x} = \frac{\sum F_x}{\sum F} = \frac{4kg \times 0 - 3kg \times 7}{-7kg} = 3m$$

Por consiguiente, la resultante de T_1 y T_2 es igual y opuesta a P y tiene la misma línea de acción.

La resultante de P y T_2 tiene por intensidad

$$R = \sum F = 7kg - 3kg = 4kg$$

La coordenada de su línea de acción es:

$$\overline{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F} = \frac{7kg \times 3m - 3kg \times 7m}{4kg} = O$$

De modo que la resultante de P y T_2 es igual y opuesta a T_1 y tiene la misma línea de acción.

3.4. Centro de gravedad

Cada partícula material de un cuerpo es atraída por la Tierra y **la fuerza única que llamamos *peso* del cuerpo es la resultante de todas esas fuerzas de atracción**. El sentido de la fuerza ejercida sobre cada partícula es hacia el centro de la Tierra, pero la distancia hasta el centro de la Tierra es tan grande que para todos los fines prácticos las fuerzas pueden considerarse paralelas entre si.

Por consiguiente, **el peso de un cuerpo es la resultante de un gran número de fuerzas paralelas**.

La Fig. 3-8 (a) representa un objeto plano de forma arbitraria situado en el plano *xy*, siendo el eje *y* vertical. Supongamos el cuerpo subdividido en un gran número de partículas de pesos w_1, w_2, etc., y sean x_1 e y_1, x_2 e y_2 etc., las coordenadas de estas partículas. El peso total W del objeto es:

$$W = w_1 + w_2 + \ldots = \sum w \qquad [\,3.1]$$

La coordenada x de la línea de acción W es:

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots}{w_1 + w_2 + \ldots} = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{\sum wx}{W} \qquad [\,3.2\,]$$

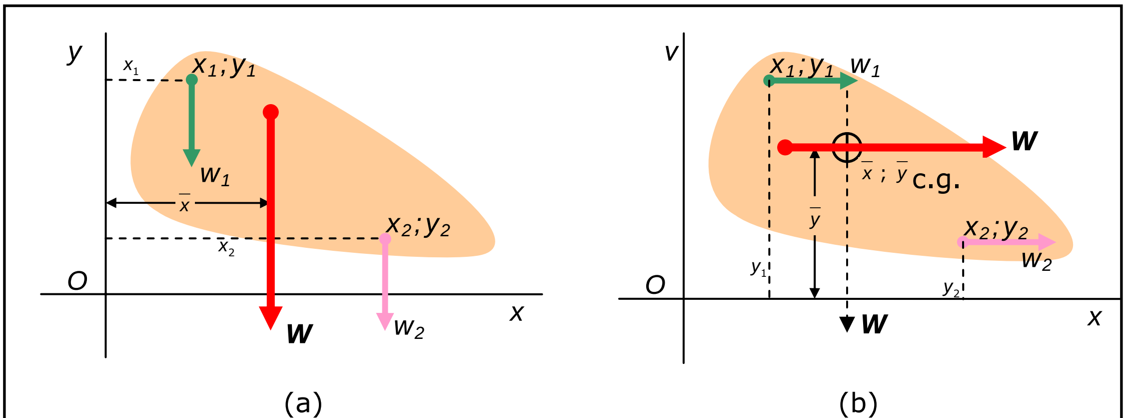


Fig. 3-8

En la Fig. 3-8 el peso W del cuerpo es la resultante de un gran número de fuerzas paralelas. La línea de acción de W pasa siempre por el centro de gravedad.

Supongamos ahora que el objeto y eje de referencia han girado 90º en el sentido de las agujas de un reloj, o, lo que es igual, consideremos que las fuerzas gravitatorias han girado 90º en sentido contrario a las agujas del reloj, como se indica en la Fig. 3.8 (b). El peso total W pertenece invariablemente, y la coordenada *y* de su línea de acción es:

$$\bar{y} = \frac{w_1 y_1 + w_2 y_2 + \ldots}{w_1 + w_2 + \ldots} = \frac{\sum wy}{\sum w} = \frac{\sum wy}{W} \qquad [\,3.3\,]$$

El punto de intersección de las líneas de acción de W en ambas partes de la Fig. 3-8 tiene las coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$, y se denomina *centro de gravedad* del objeto. Considerando cualquier orientación arbitraria del objeto, se puede demostrar que la **línea de acción de W pasa siempre por el centro de gravedad**. Si se han determinado los centros de gravedad de cada uno de varios cuerpos, podrán calcularse las coordenadas del centro de gravedad del conjunto a partir de las Ecs. [3.1] y [3.2], siendo w_1, w_2, etc. Los pesos de los cuerpos y x_1 e y_2, x_2 e y_2 etc., las coordenadas del centro de gravedad de cada uno.

Son útiles frecuentemente consideraciones de simetría para encontrar la posición del centro de gravedad. Así, los centros de gravedad de una esfera, un cubo, un disco circular o una placa rectangular, homogéneos, coinciden con sus centros geométricos.
Los de un cilindro o un cono rectos de revolución se encuentran sobre sus ejes de simetría y así sucesivamente.

Ejemplo 5: Localizar el centro de gravedad de la pieza de la maquina de la Fig. 3-9, que se compone de un disco de 2cm de diámetro y 1cm de altura y de una barra de 1cm de diámetro y 6cm de longitud, construida de un material homogéneo.

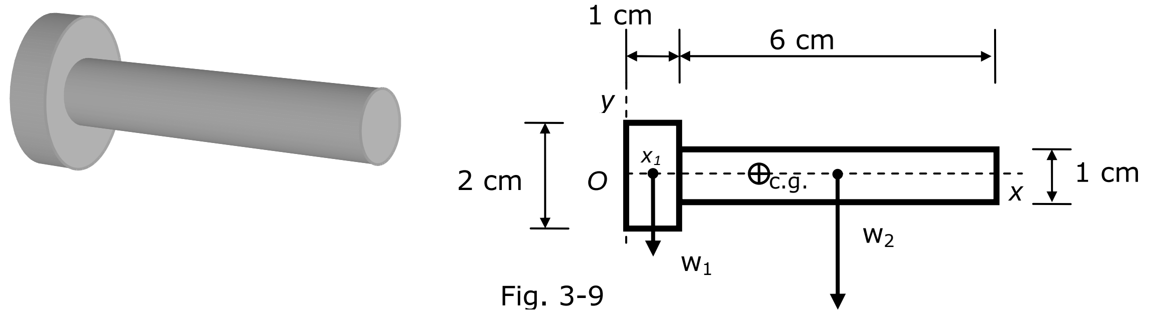


Fig. 3-9

Por simetría, el centro de gravedad se encuentra sobre el eje, y el centro de gravedad de cada parte equidista de sus extremos. El volumen del disco es πcm^3 y el de la barra, $3\pi/2 cm^3$. Puesto que los pesos de ambas partes son proporcionales a su volumen:

$$\frac{w(disco)}{w(barra)} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\pi}{3\pi/2} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow w_2 = \frac{3}{2} w_1$$

Tomemos el origen O en la cara izquierda del disco, sobre el eje. Entones, $x_1 = 0.5cm$; $x_2 = 4.0cm$ y

$$\bar{x} = \frac{w_{1\times} 0,5cm + \frac{3}{2} w_1 \times 4,0cm}{w_1 + \frac{3}{2} w_1} = 2,6cm$$

El centro de gravedad se encuentra sobre el eje, 2,6cm a la derecha del punto O.

El centro de gravedad de un objeto plano puede determinarse experimentalmente como muestra la Fig. 3-10. Supongamos una hoja de papel, la sostenemos suavemente entre el pulgar y el índice de modo que cuelgue libremente. Trazamos una línea en el papel verticalmente desde el punto de suspensión, Fig. 3-10 (a); el centro de gravedad debe estar en algún punto de esa línea. Ahora sostenemos el papel de otro extremo y repetimos el

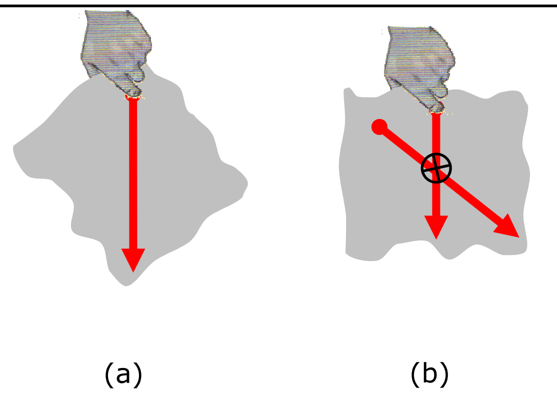


Fig. 3-10
Determinación de la posición del centro de gravedad de un objeto plano.

procedimiento, Fig. 3-10 (b). El punto en el que las líneas se cruzan es el centro de gravedad del papel.

El centro de gravedad de un cuerpo tiene otra propiedad importante. Una **fuerza F**, cuya **línea de acción** se encuentra, p. ej. **por encima del centro de gravedad**, como en la Fig. 3.11 (a), **cambiará** a la vez **el movimiento de traslación y el de rotación** del cuerpo sobre el cual actúa. Un ejemplo de este tipo de movimiento se manifiesta cuando pateamos una pelota de fútbol y esta parte "con efecto", el movimiento de traslación es el desplazamiento de la pelota hacia el arco y el movimiento de rotación es el giro que realiza la pelota sobre sí misma produciendo el "efecto".

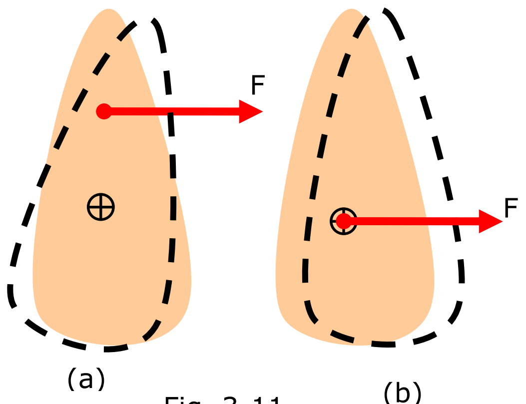
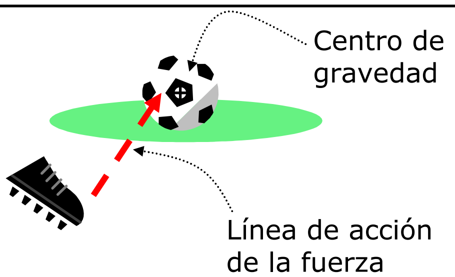


Fig. 3-11
Un cuerpo posee equilibrio de rotación, pero no de traslación, si esta sometido a una fuerza cuya línea de acción pasa por el centro de gravedad, como en (b).

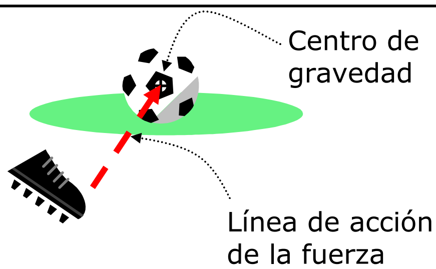
Sin embargo, **si la línea de acción pasa por el centro de gravedad**, como en la parte (b), **solo queda afectado el movimiento de traslación y el cuerpo conserva su equilibrio de rotación**. Un ejemplo práctico de este movimiento es cuando pateamos una pelota y esta parte "sin efecto". La pelota sólo se desplaza sin rotación.

Cuando un objeto descansa o desliza sobre otro, las **fuerzas normales y de rozamiento** forman conjuntos de fuerzas paralelas distribuidos sobre la superficie de contacto. Los vectores únicos que se han utilizado para representar estas fuerzas **son**, por tanto, en realidad, las **resultantes de sistemas de fuerzas paralelas**.



Si la línea de acción pasa por un lado del centro de gravedad, cambiará a la vez el movimiento de traslación y el de rotación

(a) Pelota "con efecto"



Si la línea de acción pasa por el centro de gravedad, solo queda afectado el movimiento de traslación y el cuerpo conserva su equilibrio de rotación.

(b) Pelota "sin efecto"

Fig. 3-12

3.5. Pares

Con frecuencia ocurre que las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se reducen a dos fuerzas. Un **par** de fuerzas es una **pareja de fuerzas de igual intensidad y sentidos opuestos, que actúan sobre un mismo cuerpo, cuyas líneas de acción son paralelas, pero no coinciden**. Un ejemplo conocido son las fuerzas que actúan sobre una aguja imantada colocada en el campo magnético terrestre. Los polos Norte y Sur de la aguja están sometidos a fuerzas iguales, dirigidas una hacia el Norte y otra hacia el Sur, como indica la Figura 3-12. Excepto cuando la aguja señala la dirección N-S, las dos fuerzas no tienen la misma línea de acción.

La Fig. 3-13 representa un par que se compone de dos fuerzas de sentidos opuestos, cada una de las cuales tiene una intensidad F, separadas por una distancia perpendicular l.

Resultante R de un Par
R= F-F=O.

La **resultante R de las fuerzas es nula**, por tal motivo **un PAR no produce una traslación** del cuerpo sobre el cual actúa. **El único efecto de un PAR es producir rotación.**

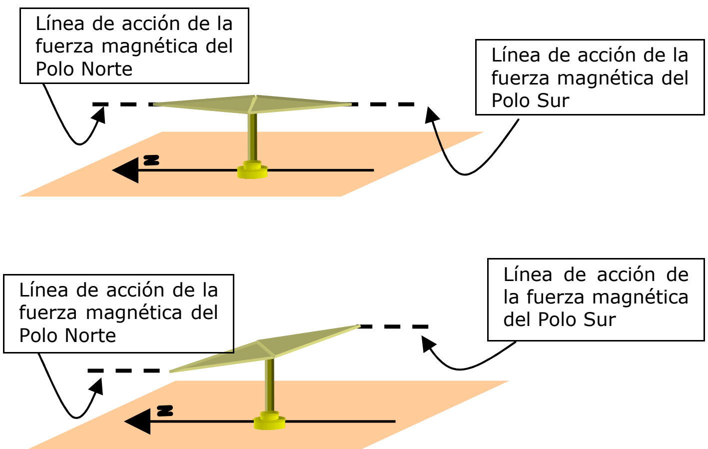


Fig. 3-12

Fuerzas sobre los polos de una aguja imanada.

El momento resultante del par en la Fig. 3-13, respecto al punto arbitrario 0, es: $M_0 = x_1 F - x_2 F$

$= x_1 F-(x_1 +l)F=-lF.$

Puesto que las distancias x_1 y x_2 no aparecen en el resultado, deducimos que **el momento del par es el mismo respecto a *todos* los puntos del plano de las fuerzas que forman el par,** y es igual al producto del valor de cada fuerza por la distancia entre sus líneas de acción.

Un cuerpo sometido a un par solo puede mantenerse en equilibrio mediante la acción de otro par del mismo momento y sentido opuesto. Como ejemplo, puede considerarse que la escalera de la Fig. 3-5 esta sometida a dos fuerzas: uno, formado por la fuerza F2 sen θ y w: el otro, por las fuerzas F2 y F1. El momento del primero es:

$$M_1 = 1{,}80m \times 80kg = 144kg \times m$$

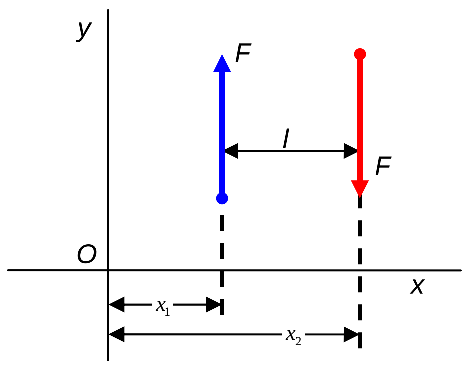


Fig. 3-13

Y el momento del segundo es:

$$M_2=4{,}80m \times 30kg== 144kg \times m$$

El primer momento tiene el sentido de las agujas de un reloj, y el segundo, sentido contrario.

Fig. 3-13. Dos fuerzas iguales y opuestas que tienen distintas líneas de acción constituyen un par. El momento del par es el mismo respecto a todos los puntos, e igual a *l*F

PROBLEMAS

3.1 El brazo de la grúa en la Fig. 3-14 pesa 40 kg y su centro de gravedad esta en su punto medio. Calcular: a) la tensión del cable: b) las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida sobre el brazo de la grúa.

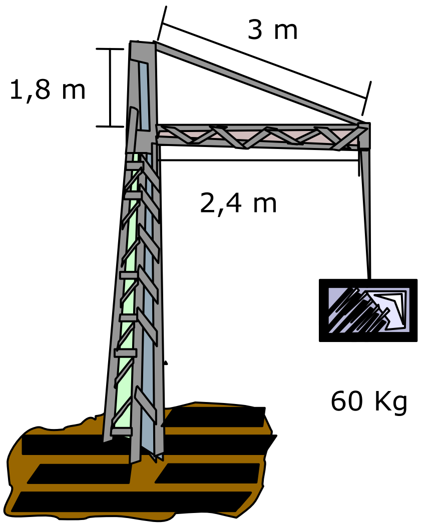


Fig. 3-14

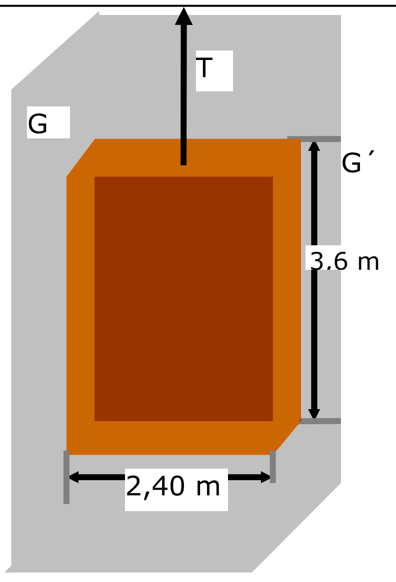


Fig. 3-15

3.2 Un montacargas que pesa 1000kg y cuyas dimensiones son 2,40×2,41,60m3, cuelga de un cable y desliza, con una pequeña holgura entre guías verticales sin razonamiento, G y G", como indica la Fig. 3-15.Se coloca enel ascensor una carga de 600 kg. con su centro de gravedad desplazado 60cm a la izquierda del centro del piso. El montacargas es entonces elevado a velocidad constante. A) Representar en un esquema la posición y sentido de las fuerzas ejercidas por las guías sobre el ascensor, b) Calcular el valor de estas fuerzas.

3.3 Determinar el valor y la línea de acción de la resultante de las cuatro fuerzas de la Fig. 3-16.

3.4 Una puerta de 2,1m de altura y 0,9m de ancho esta colgada de goznes separados 1,80m entre si y a 15cm de los bordes superior e inferior de la puerta. La puerta pesa 30kg, su centro

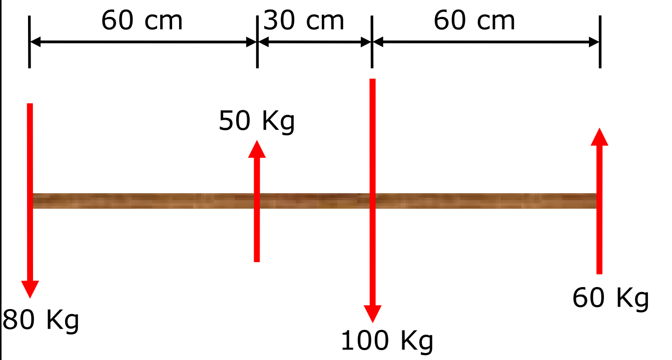


Fig. 3-16

de gravedad coincide con su centro y cada gozne soporta la mitad del peso de la puerta. Calcular la componente horizontal de la fuerza ejercida sobre la puerta en cada gozne.

3.5 Determinar la posición del Centro de gravedad de la lámina en forma de T de la Fig. 3-17

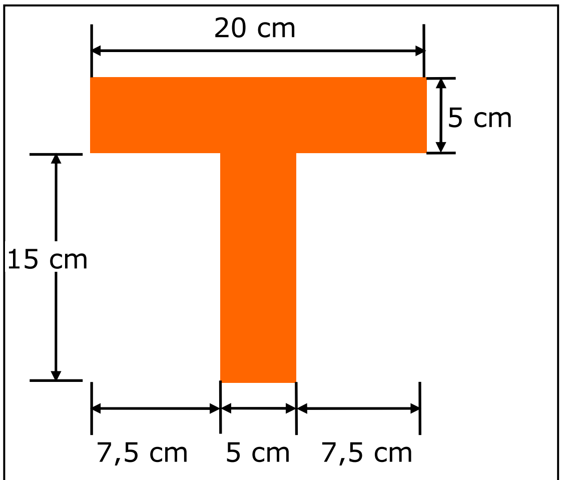


Fig. 3-17

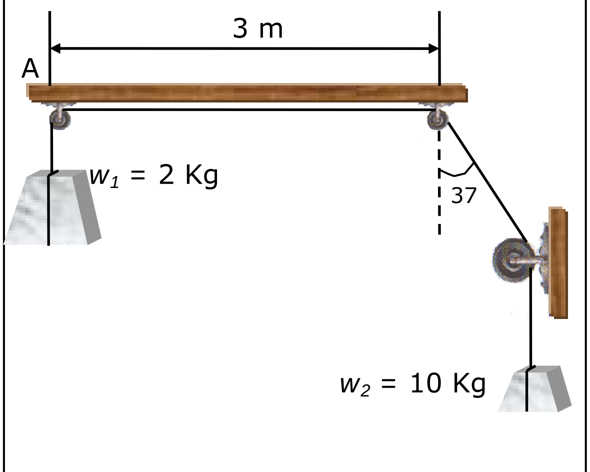


Fig. 3-18

3.6 Para mantener el equilibrio de una barra en la posición representada en la Fig. 3-18 ha de aplicarse una sola fuerza. Puede despreciarse el peso de la barra. a)¿cuáles son las componentes x e y de la fuerza necesaria? b) ¿cuál es la tangente del ángulo que la fuerza ha de formar con la barra? c) ¿cuál es el valor de la fuerza necesaria? d) ¿dónde deberá aplicarse esta fuerza?

3.7 Cítese un ejemplo que demuestre que el siguiente enunciado es falso: Dos fuerzas cualesquiera pueden componerse dando una resultante que produce el mismo efecto que ellas.

3.8 El extremo A de la barra AB de la Fig. 3-19 descansa sobre una superficie horizontal sin razonamiento, mientras que el extremo B esta colgado. Se ejerce una fuerza horizontal P de 12kg. sobre el extremo. Despreciando el peso de la barra.

¿Cuáles son las componentes horizontales y verticales de la fuerza ejercida por la barra sobre el gozne B? Fig. 3-18

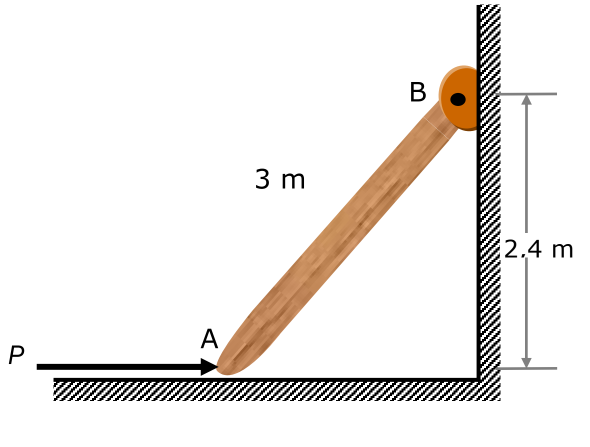


fig. 3-19

3.9 Un bloque rectangular de 30cm. de ancho y 60 cm de altura es arrastrado hacia la derecha a velocidad constante sobre una superficie horizontal, mediante una fuerza P, como indica la Fig. 3-20. El coeficiente estático de razonamiento es 0.4, El bloque pesa 25kg. y su centro de gravedad está en su centro geométrico. Calcular: a) la fuerza P requerida, fuerza normal N ejercida sobre el bloque b) Determinar la línea de acción de la por la superficie, si la altura h vale 15cm. Hállese el valor de h para el cual el bloque comienza justamente a volcar.

3.10 La pieza de máquina representada en sección transversal en la Fig. 3-21 se compone de dos cilindros macizos, homogéneos y coaxiles. ¿Dónde se encuentra su centro de gravedad?.

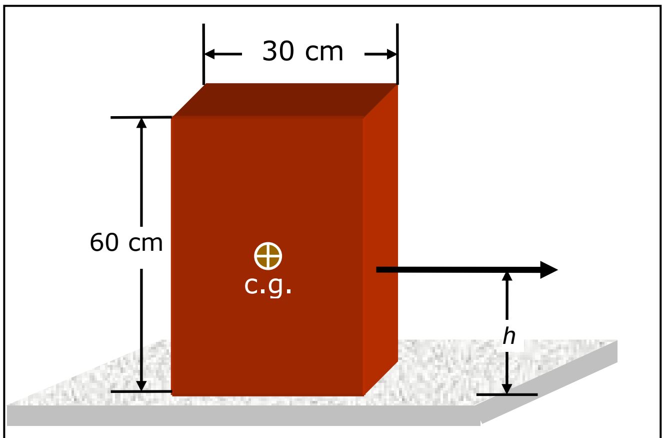


Fig. 3-20

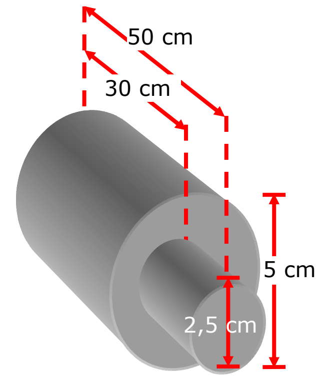


Fig. 3-21

BIBLIOGRAFÍA

1. SEARS, Francis Weston. "Fundamentos de Física". Madrid, Aguilar, 1951. Págs. 3-53.

2. SEARS, Francis, ZEMANSKY Mark y otros. "Física Universitaria". 9ª ed., v1., México, Pearson Educación, 1999.

3. HEWITT, Paul. "Física Conceptual". 9ª ed., v1., México, Pearson Educación, 2004.

Otras Fuentes

http://www.educaplus.org/
http://www.ciencianet.com/
http://newton.cnice.mec.es
http://find-help.org/
http://omega.ilce.edu.mx