

## **Fórmulas y enfoques utilizados para calcular el Tasa Efectiva de Interés (TEI) o Costo Anual Total (CAT)**

Versión: 15-Mar-2009

### **El propósito del Costo Anual Total (CAT)**

El precio verdadero del préstamo no solamente incluye los intereses, sino también otros cargos que el prestamista exige, así como otras técnicas que influyen en la cantidad de dinero que el cliente tiene en realidad, y la cantidad de tiempo que el cliente ha utilizado dicho dinero. Debido a todos esos factores, así también como a las diferencias en los métodos para calcular el interés, puede ser difícil comparar el precio de los distintos productos de préstamo. El APR (Tasa Anual de Interés, por sus siglas en inglés), se utiliza para indicar cuál es el verdadero precio como una medida estándar que permite comparar los precios del crédito entre diferentes productos de préstamo.

Para poder comprender cómo calcular el APR, es necesario que primero comprendamos el valor en tiempo del dinero y cómo calcular el valor presente de cantidades futuras de dinero.

### **El Valor en Tiempo del dinero**

El principio que rige el valor en tiempo del dinero asume que, si las demás variables no cambian, es preferible recibir una cantidad dada de dinero hoy que en algún momento futuro. El valor en tiempo del dinero refleja la capacidad de conseguir alguna ganancia en la inversión.

Ya que los intereses son el precio a pagar por el uso del dinero durante cierto tiempo, se incorpora el concepto del valor del valor en tiempo del dinero. Por lo tanto, el prestatario no paga únicamente la cantidad de dinero, sino también el tiempo en que se hacen dichos pagos afecta el costo total que pagará el prestatario.

Pongamos un ejemplo sencillo. Piense en el tiempo en el que se pagan los intereses de un préstamo. La Institución de Microfinanzas (IMF) querrá recibir pagos por los intereses lo antes posible. Para un simple préstamo de \$100 a 12 meses, la IMF preferiría que el interés se pagara cada mes, en vez de acumularlo. Una vez la IMF recibe el pago de los intereses, puede utilizar el dinero para hacer préstamos adicionales por los que ganaría más intereses. Por otra parte, el cliente preferiría pagar todos los intereses en un solo pago al final del préstamo, porque de esta forma podría invertir dicho dinero en su negocio durante un período más largo de tiempo.

### **Cómo calcular el valor presente y futuro del dinero**

*Promoting transparent pricing in the microfinance industry*

Ya que se considera que el dinero tiene diferente valor en cada momento distinto, la cantidad que se da en préstamo tiene un valor en la actualidad y otro valor en el futuro.

Debido a que el tiempo se representa en unidades distintas, es esencial utilizar unidades constantes en todas las fórmulas utilizadas para calcular el APR. Todos los períodos de tiempo “*t*” deberán ser de la misma duración, ya sea semanas, meses, años, etc. Asimismo, la tasa de interés “*i*” deberá estar valorada por la misma duración de tiempo. Las fórmulas APR definen el intervalo de tiempo como el menor período de tiempo en el que una transacción monetaria (usualmente el pago) tiene lugar, por ejemplo una semana, aún si la transacción no tiene lugar todas las semanas.

Para comenzar con una fórmula simple, el **valor futuro A** de una cantidad **PV**, cuando está compuesta de la tasa de interés *i* para tiempos de intervalo *t* es:

$$A = PV * (1 + i)^t$$

De nuevo, *i* es la tasa de interés para cada tiempo de intervalo *t*.

**Ejemplo 1:** Considere que este es un depósito de ahorros de \$100 (PV), que gana una tasa de interés del 1% mensuales, durante 12 meses.

$$A = 100 * (1+0.01)^{12} = 112.68$$

En lugar de que valga únicamente \$112 en 12 meses, los ahorros tendrán un valor de \$112.68 en 12 meses gracias al compuesto, es decir, que gana intereses en períodos futuros sobre el interés ganado en períodos previos.

Si se afirmara que el producto paga el 12% de intereses al final de 12 meses, entonces el APR sencillamente sería del 12%. En este ejemplo, el intervalo de tiempo *t* es de un año, y la tasa de interés *i* es del 12.0%

$$A = 100 * (1+0.12)^1 = 112.00$$

Si volvemos a plantear la fórmula, nos daremos cuenta de que el **valor actual** es:

$$PV = \frac{A}{(1 + i)^t}$$

El valor actual de cualquier cantidad es igual al valor futuro descontado de la tasa de interés y la cantidad de tiempo.

**Ejemplo 2:** En 12 meses, el cliente pagaría \$126.82. Con una tasa de interés del 2% mensual, el valor presente de esos \$126.82 sería:

Promoting transparent pricing in the microfinance industry

$$PV = 126.82 / (1+0.02)^{12} = \$ 100$$

En otras palabras, ese pago de \$126.82 en el futuro da lo mismo a que el cliente hubiera pagado \$100 hoy.

Las formulas anteriores calculan el valor futuro y presente de una transacción monetaria simple. La siguiente fórmula adapta la fórmula de valor actual para que nos dé el valor acumulativo presente de una serie de circulación futura de efectivo:

$$PV = \sum_{t=0}^n \frac{A}{(1+i)^t}$$

Para un período de transacciones de 12 meses, este es el equivalente de:

$$PV = \frac{A}{(1+i)^1} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \dots$$

### Método para calcular la tasa de descuento de APR

APR se define como la tasa de interés que haría que el valor actual del préstamo recibido por el cliente sea igual al valor actual de los pagos hechos por el cliente. En otras palabras, la fórmula de Valor Actual se aplica en ambos desembolsos "A" (es decir, los desembolsos de préstamos recibidos por el cliente) y los pagos hechos por el cliente "P".

Esto se muestra en la siguiente fórmula, llamada Método de Tasa de Descuento:

$$\sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(1+i)_k^q} = \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{(1+i)_j^t}$$

Donde

Promoting transparent pricing in the microfinance industry

- $A_k$ : cantidad del  $k^{\text{th}}$  de desembolso
- $q_k$ : número de unidades de tiempo completas desde el principio del plazo de la transacción del desembolso  $k^{\text{th}}$
- $m$ : número de anticipo
- $P_j$ : cantidad del pago  $j^{\text{th}}$
- $t_j$ : número de unidades completas de tiempo desde el principio del plazo de la transacción al pago  $j^{\text{th}}$
- $n$ : número de pagos
- $i$ : Tasa de porcentaje de los cargos financieros por unidad de tiempo, expresada como un equivalente decimal

Podemos aplicar esta fórmula a un simple ejemplo de préstamo de \$1,000 durante 12 meses con un interés mensual de 1%, y con pagos mensuales iguales. Los valores nominales de desembolso y calendario de pagos pueden verse en las dos columnas de la izquierda en esta tabla:

Period	Nominal Values				Discounted Values	
	Disburse	Repay	Divisor	%	Disburse	Repay
0	1,000.00	0.00	1.00000		1,000.00	0.00
1	0.00	88.85	1.01000	1.00%	0.00	87.97
2	0.00	88.85	1.02010	1.00%	0.00	87.10
3	0.00	88.85	1.03030	1.00%	0.00	86.24
4	0.00	88.85	1.04060	1.00%	0.00	85.38
5	0.00	88.85	1.05101	1.00%	0.00	84.54
6	0.00	88.85	1.06152	1.00%	0.00	83.70
7	0.00	88.85	1.07214	1.00%	0.00	82.87
8	0.00	88.85	1.08286	1.00%	0.00	82.05
9	0.00	88.85	1.09369	1.00%	0.00	81.24
10	0.00	88.85	1.10462	1.00%	0.00	80.43
11	0.00	88.85	1.11567	1.00%	0.00	79.64
12	0.00	88.85	1.12683	1.00%	0.00	78.85
	<b>1,000.00</b>	<b>1,066.19</b>		<b>12.7%</b>	<b>1,000.00</b>	<b>1,000.00</b>

Puede verse que el cliente recibe \$1,000 y paga de vuelta un total de \$1,066.19 en 12 meses. La columna de en medio muestra el denominador de la fórmula PV cuando la tasa de interés mensual es de 1.0%. El divisor del Período 0 es  $(1.01)^0 = 1.000$ . El divisor para el Período 1 es  $(1.01)^1 = 1.01$ . El divisor para el Período 2 es  $(1.01)^2 = 1.0202$ . Note que no es 1.0200.

La columna de la derecha divide los desembolsos y pagos de cada período por el divisor del período y dan como resultado el valor de descuento presente en tales cantidades. En resumen el total de los valores presentes descontados de los reembolsos y pagos, uno puede ver que ambos son iguales a \$1000, tal y como lo exige la ecuación de Método de Tasa de Descuento.

Así que, en este ejemplo “i”, la tasa de interés del período es de 1.0%. En este caso, el costo del préstamo fue en realidad 1.0% mensuales, calculado según el saldo en disminución. Por lo tanto, el Método de Tasa de Descuento también indica la cantidad del 1.0% mensual porque esta fórmula también le indica cuál debería

*Promoting transparent pricing in the microfinance industry*

ser la tasa de interés del saldo en disminución. En situaciones más complicadas, que involucran comisiones o diferentes métodos de cálculo de tasas de interés, el Método de Tasa de Descuento podría ser utilizado para determinar la tasa de interés del saldo en disminución equivalente al desembolso y los flujos de caja de pagos.

Si estudiamos esto más detenidamente, podremos ver que conocemos todas las variables en la fórmula de la Tasa de Descuento, excepto *i*. Usaremos un proceso reiterativo donde probamos los distintos valores de “*i*” hasta que las sumas de ambos reembolsos y pagos sean iguales. Por ejemplo, si probamos *i* = .9% nos da como resultado un valor presente de descuento es de \$1,006.35 para el flujo de pagos. Si intentamos *i* = 1.1% da \$993.71. Con *i* = 1.0%, el valor es exactamente \$1,000 e igual al valor presente descontado del flujo de desembolso.

Existen dos estrategias comunes que han sido constituidas utilizando el Método de Tasa de Descuento: El método de los Estados Unidos y el método de la Unión Europea. La diferencia entre ambos métodos es cómo convertir la cifra de tasa de interés *por período de unidad* en una cifra *anual*. En otras palabras, la tasa de interés en el ejemplo anterior se ha determinado que es de 1% mensual. ¿Cómo se puede convertir ese valor en una Tasa de Porcentaje *Anual*? El método de los Estados Unidos calcula lo que podría llamarse una tasa *nominal* anual, mientras que el método europeo determina una tasa anual *efectiva*.

La tasa nominal anual es la tasa de interés anual sin tomar en cuenta los efectos del compuesto. Es simplemente el período de tasas de interés multiplicado por el número de períodos en un año:

Ejemplo:           1.0% mensuales  
Tasa nominal:   1.0% \* 12 = 12.0%

En otras palabras, si el prestamista le cuenta que la tasa de intereses es de 1%, calculado mensualmente en un saldo en disminución, luego el US-APR de dicho préstamo es 12.0%.

Sin embargo, la tasa anual efectiva considera los factores compuestos. Por lo tanto se calcula así:

Tasa efectiva:  $(1.01)^{12}-1 = 12.68\%$

El EU-APR para este préstamo sería indicado legalmente como 12.68%. Mediante experimentación, uno podrá ver si el préstamo está dado con un EU-APR de 12.0% con intereses calculados mensualmente, la tasa de interés cobrada no será de 1.0%, sino de 0.95%. La tasa efectiva de interés muestra que:

Tasa efectiva:  $(1.0095)^{12}-1 = 12.00\%$

La diferencia entre un APR y otro está dada en la fórmula de los Estados Unidos y la fórmula europea difiere más conforme el número de períodos compuestos en el año se incrementan, es decir, préstamos con interés calculado trimestralmente tendrá distintos APR que serán similares con ambas fórmulas, pero cuando los intereses se calculan cada semana, o aún diariamente, los dos APR pueden dar cifras bastante distintas.