

# Ecuaciones de primer y segundo grado

## Igualdad

Una **igualdad** se compone de dos expresiones unidas por el signo igual.

$$2x + 3 = 5x - 2$$

Una **igualdad** puede ser:

**Falsa:**

$$2x + 1 = 2 \cdot (x + 1) \quad 2x + 1 = 2x + 2 \quad 1 \neq 2.$$

**Cierta**

$$2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \quad 2x + 2 = 2x + 2 \quad 2 = 2$$

## Identidad

Una **identidad** es una igualdad que es cierta para cualquier valor de las letras.

$$2x + 2 = 2 \cdot (x + 1) \quad 2x + 2 = 2x + 2 \quad 2 = 2$$

## Ecuación

Una **ecuación** es una igualdad que se cumple para algunos valores de las letras.

$$x + 1 = 2 \quad x = 1$$

Los **miembros** de una ecuación son **cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.**

Los **términos** son los sumandos que forman los miembros.

The diagram illustrates the structure of the equation  $2x - 3 = 3x + 2$ . It shows two boxes at the top: 'Primer miembro' (First member) and 'Segundo miembro' (Second member). Red arrows point from these boxes to the left and right sides of the equation, respectively. Below the equation, a box labeled 'Términos' (Terms) has red arrows pointing to each of the four terms:  $2x$ ,  $-3$ ,  $3x$ , and  $+2$ .

Las **incógnitas** son las letras que aparecen en la ecuación.

Las **soluciones** son los **valores que deben tomar las letras para que la igualdad sea cierta.**

$$2x - 3 = 3x + 2 \quad \text{solución } x = -5$$

$$2 \cdot (-5) - 3 = 3 \cdot (-5) + 2$$

$$-10 - 3 = -15 + 2 \quad -13 = -13$$

El **grado** de una ecuación es el **mayor de los grados de los monomios que forman sus miembros.**

## Tipos de ecuaciones según su grado

$$5x + 3 = 2x + 1 \quad \text{Ecuación de primer grado.}$$

$$5x + 3 = 2x^2 + x \quad \text{Ecuación de segundo grado.}$$

$$5x^3 + 3 = 2x + x^2 \quad \text{Ecuación de tercer grado.}$$

$$5x^3 + 3 = 2x^4 + 1 \quad \text{Ecuación de cuarto grado.}$$

## Clasificación de ecuaciones

### 1. Ecuaciones polinómicas enteras

Las ecuaciones polinómicas son de la forma  **$P(x) = 0$** , donde  $P(x)$  es un polinomio.

#### *Grado de una ecuación*

El **grado** de una ecuación es el **mayor de los grados de los monomios que forman sus miembros.**

### Tipos de ecuaciones polinómicas

#### **1.1 Ecuaciones de primer grado o lineales**

Son del tipo  **$ax + b = 0$** , con  $a \neq 0$ , ó cualquier otra ecuación en la que al operar, trasponer términos y simplificar adoptan esa expresión.

$$(x + 1)^2 = x^2 - 2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2$$

$$2x + 1 = -2$$

$$\mathbf{2x + 3 = 0}$$

## 1.2 Ecuaciones de segundo grado o cuadráticas

Son ecuaciones del tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , con  $a \neq 0$ .

*Ecuaciones de segundo grado incompletas*

$$ax^2 = 0$$

$$ax^2 + b = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

## 1.3 Ecuaciones de tercer grado

Son ecuaciones del tipo  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ , con  $a \neq 0$ .

## 1.4 Ecuaciones de cuarto grado

Son ecuaciones del tipo  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ , con  $a \neq 0$ .

*Ecuaciones bicuadradas*

Son ecuaciones de cuarto grado que no tiene términos de grado impar.

$$ax^4 + bx^2 + c = 0, \text{ con } a \neq 0.$$

## 1.5 Ecuaciones de grado n

En general, las ecuaciones de grado n son de la forma:

$$a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} + \dots + a_0 = 0$$

## 2. Ecuaciones polinómicas racionales

Las ecuaciones polinómicas son de la forma  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ , donde P(x) y Q(x) son polinomios.

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x - 1} = 0$$

## 3. Ecuaciones polinómicas irracionales

Las ecuaciones irracionales son aquellas que tienen al menos un polinomio bajo el signo radical.

$$\sqrt[n]{P(x)} = 0$$

$$\frac{\sqrt[n]{P(x)}}{Q(x)} = 0$$

$$\frac{P(x)}{\sqrt[n]{Q(x)}} = 0$$

## **4. Ecuaciones no polinómicas**

### **4.1 Ecuaciones exponenciales**

Son ecuaciones en la que la incógnita aparece en el exponente.

$$2^{2x-1} = 4$$

$$2^{x-1}\sqrt[3]{3^{x-3}} = \sqrt{27}$$

$$2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$$

### **4.2 Ecuaciones logarítmicas**

Son ecuaciones en la que la incógnita aparece afectada por un logaritmo.

$$\log 2 + \log(11 - x^2) = 2 \log(5 - x)$$

$$4 \log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2 \log x$$

$$\log x = \frac{2 - \log x}{\log x}$$

### **4.3 Ecuaciones trigonométricas**

Son las ecuaciones en las que la incógnita está afectada por una función trigonométrica. Como éstas son periódicas, habrá por lo general infinitas soluciones.

$$\cos 2x = 1 + 4 \operatorname{sen} x$$

$$\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0$$

$$2 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{cotg} x - 1 = 0$$

## Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución.

$$2x - 3 = 3x + 2 \quad x = -5$$

$$x + 3 = -2 \quad x = -5$$

## Criterios de equivalencia de ecuaciones

**1.** Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o se les resta una misma cantidad, la ecuación es equivalente a la dada.

$$x + 3 = -2$$

$$x + 3 - 3 = -2 - 3$$

$$x = -5$$

**2.** Si a los dos miembros de una ecuación se les multiplica o se les divide una misma cantidad, la ecuación es equivalente a la dada.

$$5x + 10 = 15$$

$$(5x + 10) : 5 = 15 : 5$$

$$x + 2 = 3$$

$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$

$$x = 1$$

## Ecuaciones de primer grado

En general para resolver una ecuación de primer grado debemos seguir los siguientes pasos:

**1°** Quitar paréntesis.

**2°** Quitar denominadores.

**3°** Agrupar los términos en  $x$  en un miembro y los términos independientes en el otro.

**4°** Reducir los términos semejantes.

**5°** Despejar la incógnita.

Ejemplos:

$$2x = 6$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \frac{6}{2} \quad x = 3$$

$$2x - 3 = 6 + x$$

Agrupamos los términos semejantes y los independientes, y sumamos:

$$2x - x = 6 + 3 \quad x = 9$$

$$2(2x - 3) = 6 + x$$

Quitamos paréntesis:

$$4x - 6 = 6 + x$$

Agrupamos términos y sumamos:

$$4x - x = 6 + 6 \quad 3x = 12$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \frac{12}{3} \quad x = 4$$

$$\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$$

Quitamos denominadores, para ello en primer lugar hallamos el mínimo común múltiplo.

$$\text{m.c.m.}(6, 2) = 6$$

$$x - 1 - 3(x - 3) = -6$$

Quitamos paréntesis, agrupamos y sumamos los términos semejantes:

$$x - 1 - 3x + 9 = -6; \quad x - 3x = -6 - 9 + 1; \quad -2x = -14$$

Despejamos la incógnita:

$$2x = 14 \quad x = \frac{14}{2} \quad x = 7$$

$$\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$$

Quitamos paréntesis y simplificamos:

$$\frac{6}{4}x + \frac{12}{4} = x + 19 \quad \frac{3}{2}x + 3 = x + 19$$

Quitamos denominadores, agrupamos y sumamos los términos semejantes:

$$3x + 6 = 2x + 38 \quad 3x - 2x = 38 - 6 \quad x = 32$$

$$2 - \left[ -2 \cdot (x + 1) - \frac{x - 3}{2} \right] = \frac{2x}{3} - \frac{5x - 3}{12} + 3x$$

Quitamos corchete:

$$2 - \left( -2x - 2 - \frac{x - 3}{2} \right) = \frac{2x}{3} - \frac{5x - 3}{12} + 3x$$

Quitamos paréntesis:

$$2 + 2x + 2 + \frac{x - 3}{2} = \frac{2x}{3} - \frac{5x - 3}{12} + 3x$$

Quitamos denominadores:

$$24 + 24x + 24 + 6 \cdot (x - 3) = 8x - (5x - 3) + 36x$$

Quitamos paréntesis:

$$24 + 24x + 24 + 6x - 18 = 8x - 5x + 3 + 36x$$

Agrupamos términos:

$$24x + 6x - 8x + 5x - 36x = 3 - 24 - 24 + 18$$

Sumamos:

$$-9x = -27$$

Dividimos los dos miembros por:  $-9$

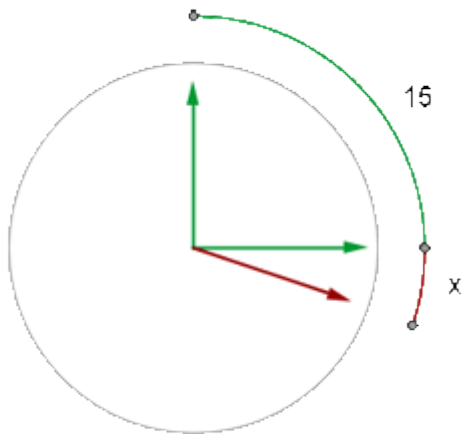
$$x = 3$$

## Problemas resueltos mediante ecuaciones de primer grado

### Problemas de relojes

El ángulo o arco descrito que recorre el minutero es siempre 12 veces mayor que el arco que describe la aguja horaria.

Un reloj marca las 3 en punto. ¿A qué hora entre las 3 y las 4 se superpondrán las agujas?



$x$  es el arco que describe la aguja horaria.

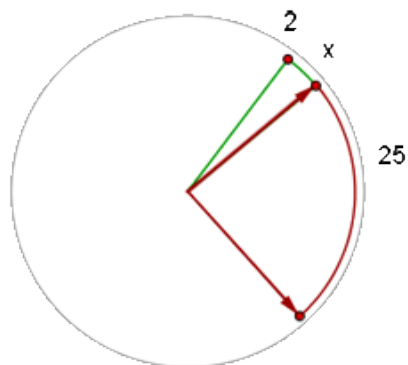
$(15 + x)$  es el arco que describe el minutero.

$$15 + x = 12x$$

$$x = 15/11 \text{ min}$$

Las agujas se superpondrán a la **3 h 16 min 21 s**

Un reloj marca las 2 en punto. ¿A qué hora formarán sus agujas por primera vez un ángulo recto?





Las agujas del reloj forman un ángulo recto a las 2 h 25 min y un poco más, que llamaremos x.

**x es el arco que describe la aguja horaria.**

**25 + x, es el arco que describe el minutero.**

$$25 + x = 12x$$

$$x = 25/11 \text{ min}$$

Las agujas del reloj conformarán un ángulo de 90° a las **2h 27 min 16 s.**

## Problemas de móviles

Para plantear problemas sobre móviles que llevan velocidad constante se utilizan las fórmulas del movimiento rectilíneo uniforme:

**espacio = velocidad × tiempo**

$$e = v \cdot t$$

### 1<sup>er</sup> caso

**Los móviles van en sentido contrario.**



$$e_{AB} + e_{BC} = e_{AB}$$

Dos ciudades A y B distan 300 km entre sí. A las 9 de la mañana parte de la ciudad A un coche hacia la ciudad B con una velocidad de 90 km/h, y de la ciudad B parte otro hacia la ciudad A con una velocidad de 60 km/h. Se pide:

**1** El tiempo que tardarán en encontrarse.

$$90t + 60t = 300 \quad 150t = 300 \quad \mathbf{t = 2 \text{ horas}}$$

**2** La hora del encuentro.

Se encontraran a las **11 de la mañana** .

**3** La distancia recorrida por cada uno.

$$e_{AB} = 90 \cdot 2 = \mathbf{180 \text{ km}}$$

$$e_{BC} = 60 \cdot 2 = \mathbf{120 \text{ km}}$$

## 2º caso

Los móviles van en el mismo sentido.



$$e_{AC} - e_{BC} = e_{AB}$$

Dos ciudades A y B distan 180 km entre sí. A las 9 de la mañana sale de un coche de cada ciudad y los dos coches van en el mismo sentido. El que sale de A circula a 90 km/h, y el que sale de B va a 60 km/h. Se pide:

1 El tiempo que tardarán en encontrarse.

$$90t - 60t = 180 \quad 30t = 180 \quad t = 6 \text{ horas}$$

2 La hora del encuentro.

Se encontraran a las **7 de la tarde**.

3 La distancia recorrida por cada uno.

$$e_{AB} = 90 \cdot 6 = 540 \text{ km}$$

$$e_{BC} = 60 \cdot 6 = 360 \text{ km}$$

## 3º caso

Los móviles parten del mismo punto y con el mismo sentido.

$$e_1 = e_2$$

Un coche sale de la ciudad A a la velocidad de 90 km/h. Tres horas más tarde sale de la misma ciudad otro coche en persecución del primero con una velocidad de 120 km/h. Se pide:

1 El tiempo que tardará en alcanzarlo.

$$90t = 120 \cdot (t - 3)$$

$$90t = 120t - 360 \quad -30t = -360 \quad t = 12 \text{ horas}$$

2 La distancia a la que se produce el encuentro.

$$e_1 = 90 \cdot 12 = 1080 \text{ km}$$

## Problemas de grifos

En una hora el primer grifo llena  $1/t_1$  del depósito.

En una hora el segundo grifo llena  $1/t_2$  del depósito.

Si existe un desagüe

En una hora el desagüe vacía  $1/t_3$  del depósito.

En una hora los dos grifos juntos habrán llenado:

Sin desagüe

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{x}$$

Con desagüe

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_3} = \frac{1}{x}$$

Un grifo tarda en llenar un depósito tres horas y otro grifo tarda en llenarlo cuatro horas.  
¿Cuánto tiempo tardarán en llenar los dos grifos juntos el depósito?

En una hora el primer grifo llena  $1/3$  del depósito.

En una hora el segundo grifo llena  $1/4$  del depósito.

En una hora los dos grifos juntos habrán llenado:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{4+3}{12} = \frac{1}{x} \qquad \frac{7}{12} = \frac{1}{x}$$

$$7x = 12 \qquad \mathbf{x = 12/7 \text{ horas}}$$

## Problemas de mezclas

$C_1$   $\longrightarrow$  1ª cantidad.  $C_1 = x$

$C_2$   $\longrightarrow$  2ª cantidad.  $C_2 = C_m - x$

$C_m$   $\longrightarrow$  Cantidad de la mezcla  $C_m = C_1 + C_2$

$P_1$   $\longrightarrow$  Precio de la 1ª cantidad

$P_2$   $\longrightarrow$  Precio de la 2ª cantidad

$P_m$   $\longrightarrow$  Precio de la mezcla

$$C_1 \cdot P_1 + C_2 \cdot P_2 = C_m \cdot P_m$$

También podemos poner los datos en una tabla

	<b>Cantidad</b>	<b>Precio</b>	<b>Coste</b>
<b>1ª sustancia</b>	$C_1$	$P_1$	$C_1 \cdot P_1$
<b>2ª sustancia</b>	$C_2$	$P_2$	$C_2 \cdot P_2$
<b>Mezcla</b>	$C_1 + C_2$	$P$	$C_1 \cdot P_1 + C_2 \cdot P_2$

$$C_1 \cdot P_1 + C_2 \cdot P_2 = (C_1 + C_2) \cdot P_m$$

Un comerciante tiene dos clases de café, la primera a 40 €el kg y la segunda a 60 €el kg.

¿Cuántos kilogramos hay que poner de cada clase de café para obtener 60 kilos de mezcla a 50 €el kg?

	<b>1ª clase</b>	<b>2ª clase</b>	<b>Total</b>
<b>Nº de kg</b>	$x$	$60 - x$	<b>60</b>
<b>Valor</b>	$40 \cdot x$	$60 \cdot (60 - x)$	<b><math>60 \cdot 50</math></b>

$$40x + 60 \cdot (60 - x) = 60 \cdot 50$$

$$40x + 3600 - 60x = 3000; \quad -60x + 40x = 3000 - 3600; \quad 20x = 600$$

$$x = 30; \quad 60 - 30 = 30$$

**Tenemos que mezclar 30 kg de la 1ª clase y otros 30 de la 2ª clase .**

## Problemas de aleaciones

La ley de la aleación es la relación entre el peso del metal fino, es decir, más valioso, y el peso total.

Se resuelven del mismo modo que los problemas de mezclas, teniendo en cuenta que la ley de la aleación equivale al precio de la mezcla.

$$C_1 \cdot L_1 + C_2 \cdot L_2 = (C_1 + C_2) \cdot L_a$$

Se tienen dos lingotes de plata, uno de ley 0.750 y otro de ley 0.950. ¿Qué peso hay que tomar de cada lingote para obtener 1800 g de plata de ley 0.900?

	1ª ley	2ª ley	Total
Nº de g	x	1800 - x	1800
Plata	0.750 · x	0.950 · (1800-x)	0.900 · 1800

$$0.750 \cdot x + 0.950 \cdot (1800 - x) = 0.9 \cdot 1800$$

$$0.750x + 1710 - 0.950x = 1620$$

$$0.750x - 0.950x = 1620 - 1710$$

$$-0.2x = -90 \quad x = 450$$

$$1^{\text{a}} \text{ ley} \rightarrow 450 \text{ g}$$

$$2^{\text{a}} \text{ ley} \rightarrow 1350 \text{ g}$$

## Problemas geométricos con ecuaciones de primer grado

Halla el valor de los tres ángulos de un triángulo sabiendo que B mide 40° más que C y que A mide 40° más que B.

$$C \rightarrow x$$

$$B \rightarrow x + 40$$

$$A \rightarrow x + 40 + 40 = x + 80$$

$$x + x + 40 + x + 80 = 180; \quad x + x + x = 180 - 40 - 80;$$

$$3x = 60; \quad x = 20$$

$$C = 20^\circ \quad B = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ \quad A = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

# Ecuaciones de 2º grado

## Resolución de ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado es toda expresión de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0.$$

Se resuelve mediante la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{matrix}$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{12}{4} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{matrix}$$

**Si es  $a < 0$ , es mejor multiplicar los dos miembros por  $(-1)$ .**

$$-x^2 + 7x - 10 = 0$$

$$(-1) \cdot (-x^2 + 7x - 10) = (-1) \cdot 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{matrix}$$

## Ecuaciones de segundo grado incompletas

Se dice que una ecuación de segundo grado es **incompleta** cuando alguno de los coeficientes, **b** o **c**, o ambos, son iguales a cero.

### Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas

#### TIPO $ax^2 = 0$

La solución es  **$x = 0$** .

$$2x^2 = 0 \quad x = 0$$

$$\frac{2}{5}x^2 = 0 \quad x = 0$$

#### TIPO $ax^2 + bx = 0$

Extraemos factor común  **$x$** :

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0$$

$$ax + b = 0 \quad x = \frac{-b}{a}$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad x = 5$$

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x - 3) = 0$$

$$2x = 0 \quad x = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad x = 3$$

## TIPO $ax^2 + c = 0$

Despejamos:

$$ax^2 = -c \quad x^2 = \frac{-c}{a} \quad x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}} \\ \searrow x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \end{array}$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25 \quad x = \pm \sqrt{25} \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \sqrt{25} = 5 \\ \searrow x_2 = -\sqrt{25} = -5 \end{array}$$

$$2x^2 + 8 = 0$$

$$2x^2 = -8 \quad x^2 = -4 \quad x = \pm \sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$$

## Estudio de las soluciones de la ecuación de 2º grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \text{Discriminante}$$

$b^2 - 4ac$  se llama **DISCRIMINANTE** de la ecuación y permite averiguar en cada ecuación el número de soluciones. Podemos distinguir tres casos:

### DISCRIMINANTE $b^2 - 4ac > 0$

La ecuación tiene dos soluciones, que son números reales distintos.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{array}$$



## DISCRIMINANTE $b^2 - 4ac = 0$

La ecuación tiene una solución doble.

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

## DISCRIMINANTE $b^2 - 4ac < 0$

La ecuación no tiene soluciones reales.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4}}{1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{1} \notin \mathbb{R}$$

## Propiedades de las soluciones de la ecuación de 2º grado

La suma de las soluciones de una ecuación de segundo grado es igual a:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

El producto de las soluciones de una ecuación de segundo grado es igual a:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

## Ecuación de 2º grado a partir de sus soluciones

Si conocemos las raíces de una ecuación, podemos escribir ésta como:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Siendo  $S = x_1 + x_2$  y  $P = x_1 \cdot x_2$

Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son: 3 y -2.

$$S = 3 - 2 = 1$$

$$P = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

## Factorización de un trinomio de segundo grado

$$a x^2 + b x + c = 0$$

$$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{matrix}$$

$$(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$$

## Ecuaciones bicuadradas

Las **ecuaciones bicuadradas** son ecuaciones de cuarto grado sin términos de grado impar:

$$a x^4 + b x^2 + c = 0$$

### Resolución de ecuaciones bicuadradas

Para **resolver ecuaciones bicuadradas**, efectuamos el cambio  $x^2 = t$ ,  $x^4 = t^2$ ; con lo que se genera una ecuación de segundo grado con la incógnita t:

$$a t^2 + b t + c = 0$$

**Por cada valor positivo de t habrá dos valores de x:**

$$x = \pm \sqrt{t}$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{matrix} \nearrow t_1 = \frac{18}{2} = 9 \\ \searrow t_2 = \frac{8}{2} = 4 \end{matrix}$$

$$x^2 = 9 \quad x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} \nearrow x_1 = 3 \\ \searrow x_2 = -3 \end{cases}$$

$$x^2 = 4 \quad x = \pm\sqrt{4} = \begin{cases} \nearrow x_3 = 2 \\ \searrow x_4 = -2 \end{cases}$$

El mismo procedimiento podemos utilizar para resolver las ecuaciones del tipo:

$$ax^6 + bx^3 + c = 0$$

$$ax^8 + bx^4 + c = 0$$

$$ax^{10} + bx^5 + c = 0$$

$$x^6 - 7x^3 + 6 = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 7t + 6 = 0$$

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} \nearrow t_1 = \frac{12}{2} = 6 \\ \searrow t_2 = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$x^3 = 6 \quad x = \sqrt[3]{6}$$

$$x^3 = 1 \quad x = \sqrt[3]{1} \quad x = 1$$