

ASÍNTOTAS

ASÍNTOTAS VERTICALES

La recta $x = a$ es una asíntota vertical de la función $f(x)$ sii existe alguno de los siguientes límites

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \pm\infty$$

Observaciones:

- (1) Una función *puede tener infinitas asíntotas verticales*.
- (2) En las funciones racionales las asíntotas verticales se hallan en los valores x que anulan al denominador.
- (3) La gráfica de *la función no puede cortar a las asíntotas verticales*.

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

La recta $y = k$ es una asíntota horizontal de la función $f(x)$ sii existe alguno de los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = k$$

Observaciones:

- (1) Una función tiene *como máximo dos asíntotas horizontales*.
- (2) La gráfica de *la función puede cortar a las asíntotas horizontales*.
- (3) Para *funciones racionales*:
 - Si en una función racional el grado del numerador es menor que el grado del denominador la recta $y = 0$ (el eje OX) es una asíntota horizontal.
 - Si en una función racional el grado del numerador y el del denominador son iguales la recta $y = b$ será una asíntota horizontal (b indica el cociente entre los coeficientes líderes del numerador y del denominador).
 - Si en una función racional el grado del numerador es una unidad mayor que el del denominador la función presenta una asíntota oblicua y no hay asíntotas horizontales.
 - Si en una función racional el grado del numerador es dos o más unidades mayor que el del denominador hay asíntota horizontal.

ASÍNTOTAS OBLICUAS

La recta $y = mx + n$, $m \neq 0$, es una asíntota oblicua de la función $f(x)$ sii existe alguno de los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - mx - n) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx - n) = 0$$

en cuyo caso $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$

Observaciones:

- (1) Una función puede tener *como máximo dos asíntotas oblicuas*.
- (2) *Si una función tiene asíntota oblicua no tiene asíntota horizontal y recíprocamente*.
- (3) La gráfica de *la función puede cortar a las asíntotas oblicuas* en uno o varios puntos.
- (4) Si en una función racional el grado del numerador es dos o más unidades mayor que el del denominador, no hay asíntota oblicua.