



¿ Qué aprendemos

- Sistema Francés: Descomposición de la cuota. Amortizaciones acumuladas. Cálculo del saldo. Evolución. Representación gráfica. Expresiones recursivas del saldo. Anticipos de cuotas. Pago anticipado.
- Sistema Alemán: Descomposición de la cuota. Amortizaciones acumuladas. Cálculo del saldo. Evolución. Representación gráfica. Expresiones recursivas del saldo. Anticipos de cuotas. Pago anticipado.
- Sistema de Tasa Directa: Modelo general y alternativas al modelo. Descomposición de la cuota. Amortizaciones acumuladas. Cálculo del saldo. Evolución. Representación gráfica. Expresiones recursivas del saldo. Anticipos de cuotas. Pago anticipado. Determinación de la tasa de interés sobre saldos resultante en los distintos modelos: equivalencia con el sistema francés.

✎ Fórmulas

Sistema Francés = Amortizaciones Vencidas



$$V = c \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = c a_{\overline{n}|}^i$$

Valúa la renta un período antes de la primera cuota

$$c = V \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$n = - \frac{\ln\left(1 - \frac{Vi}{c}\right)}{\ln(1 + i)}$$

Fórmula de Baily

$$h = \left[\frac{cn}{V} \right]^{2/n+1} - 1$$

$$i_0 = \frac{(n-1)h - 12}{2(n-1)h - 12} h$$

Método de Newton:

$$i_1 = i_0 - \frac{\frac{V}{c} i_0 + (1 + i_0)^{-n} - 1}{\frac{V}{c} - n(1 + i_0)^{-n-1}}$$

$$t_1 = c(1 + i)^{-n}$$

$$t_k = t_1(1 + i)^{k-1}$$

$$T_k = t_1 \frac{(1 + i)^k - 1}{i}$$

Financiero prospectivo	$V_k = c \frac{1 - (1 + i)^{-n+k}}{i}$
Financiero retrospectivo	$V_k = V (1 + i)^k - c \frac{(1 + i)^k - 1}{i}$
Contable prospectivo	$V_k = t_{k+1} \frac{(1 + i)^{n-k} - 1}{i}$
Contable retrospectivo	$V_k = V - T_k$

Sistema Alemán

$$t = \frac{V}{n} \qquad V = t n \qquad T_k = t k$$

$$c_k = t [1 + (n - k + 1) i]$$

Contable Prospectivo	$V_k = t (n - k)$
Contable retrospectivo	$V_k = V - T_k$

Sistema de Tasa Directa

$$t = \frac{P}{n} \qquad P = t n \qquad T_k = t k$$

$$c = \frac{P}{n} (1 + i_d n)$$

Contable Prospectivo	$V_k = t (n - k)$
Contable retrospectivo	$V_k = V - T_k$

Equivalencia general entre los sistemas francés y de tasa directa

$$\frac{P - Ant}{n} (1 + i_d n) = (P_0 - Ant) \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Resolvemos en clase

- Un préstamo de \$ 1.200 se cancela por el sistema francés en 6 cuotas al 1% mensual. Se le solicita
 - Calcular la cuota
 - Hacer el desarrollo del sistema
 - Graficar
 - El saldo de deuda al momento 4 (V_4) por los criterios financiero prospectivo, financiero retrospectivo, contable prospectivo y contable retrospectivo.

	A	B	C	D	E	F
1	Mes	Saldo inicial	Interés	Amort	Cuota	Saldo final
2	1	1.200,00	12,00	195,06	207,06	1.004,94
3	2	1.004,94	10,05	197,01	207,06	807,93
4	3	807,93	8,08	198,98	207,06	608,95
5	4	608,95	6,09	200,97	207,06	407,99
6	5	407,99	4,08	202,98	207,06	205,01
7	6	205,01	2,05	205,01	207,06	0,00
8				1.200,00		

2. Una deuda se cancela por el sistema francés mediante el pago de 24 cuotas mensuales de \$ 300 al 1,2% mensual de interés. En el período 6 se realiza un anticipo de \$ 2.019,55. Determinar el nuevo saldo después del anticipo. A partir de este importe (**V'6 = \$ 2811,15**) recalcular:
 - a. El importe de la nueva cuota, suponiendo que el anticipo se prorratea entre las cuotas restantes manteniendo el plazo total. (**c' = \$ 174,58**)
 - b. El tiempo restante, suponiendo que el anticipo se destina a cancelar últimas cuotas. (**o = 10 cuotas**)
3. Otorgamos un préstamo de \$ 10.000 cancelable por el sistema francés en 24 meses al 5% mensual. Suponiendo que al final del octavo mes la tasa de interés sube al 7% mensual: ¿cuál es la quita máxima que puedo realizar al saldo de manera de incentivar al deudor a cancelar anticipadamente su deuda, y poder prestar el dinero a la tasa mayor? (**c = \$ 724,71, V₈ = \$ 7.854,23, V'₈ = \$ 6.846,07, Quita = \$ 1.008,16**)
4. Solicitamos un préstamo de \$ 10.000 a cancelar por el sistema francés en 6 cuotas de acuerdo con los datos del cuadro. Calcular:
 - a. la cuota (**c = \$ 1.725,48**)
 - b. la TEA que cobra el banco (**TEA = 12,68%**)
 - c. el valor efectivo del préstamo (**V' = \$ 9.800**)
 - d. el CFT (costo financiero total) mensual y anual equivalente que nos resulta a nosotros, aplicando Baily (**i₀ = 1,59% mensual; TEA = 20,85%**)
5. Un préstamo de \$ 1.200 se cancela por el sistema alemán en 6 cuotas al 1% mensual. Se le solicita:
 - a. Calcular la amortización periódica.
 - b. Hacer el desarrollo del sistema.
 - c. Graficar.
 - d. La tercera cuota (c₃)
 - e. El saldo de deuda al momento 4 (V₄) por los criterios contable prospectivo y contable retrospectivo.

TNAV: 12%
Plazo: 6 meses
Análisis de riesgo: \$ 50 *
Sellado: 1,5% del monto solicitado *
*A cargo del solicitante, se descuentan del importe a entregar

	A	B	C	D	E	F
1	Mes	Saldo inicial	Interés	Amort	Cuota	Saldo final
2	1	1.200,00	12,00	200,00	212,00	1.000,00
3	2	1.000,00	10,00	200,00	210,00	800,00
4	3	800,00	8,00	200,00	208,00	600,00
5	4	600,00	6,00	200,00	206,00	400,00
6	5	400,00	4,00	200,00	204,00	200,00
7	6	200,00	2,00	200,00	202,00	0,00
8				1.200,00		

6. Solicitamos un préstamo de \$ 9.000 a cancelar por el sistema alemán en 6 cuotas de acuerdo con los datos del cuadro. Calcular:

- la amortización periódica (**t = \$ 1.500,00**)
- la TEA que cobra el banco (**TEA = 12,68%**)
- el valor efectivo del préstamo (**V' = \$ 8.815**)
- el CFT (costo financiero total) mensual y anual equivalente que nos resulta a nosotros, aplicando Newton, a partir de un $i_0 = 1,00\%$ (**$i_1 = 1,60\%$ mensual **21% anual**; $i_{real} = 1,61\%$)**)

TNAV: 12%
 Plazo: 6 meses
 Análisis de riesgo: \$ 50 *
 Sellado: 1,5% del monto solicitado *
 *A cargo del solicitante, se descuentan del importe a entregar

7. Se ofrece, alternativamente, la aplicación del sistema francés o del sistema alemán, para cancelar una deuda. Si la tasa de interés es del 7% y el plazo de amortización es de 60 pagos, ¿a partir de qué período la cuota del sistema alemán resulta inferior a la del sistema francés?

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n =	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%
2	20	10,17	9,84	9,52	9,21	8,90	8,61	8,32
3	40	19,18	17,89	16,65	15,48	14,38	13,36	12,42
4	60	27,53	24,70	22,07	19,70	17,61	15,79	14,23

8. Un préstamo de \$ 1.200 se cancela por el sistema de tasa directa en 6 cuotas al 1% mensual directo. Se le solicita

- Calcular la cuota
- Hacer el desarrollo y comparar con la evolución que resulta por el sistema francés y alemán,
- Calcular la tasa sobre saldos resultante aplicando Baily ($i_0 = 0,0169$), y
- Graficar.

	A	B	C	D	E	F
1	Mes	Saldo inicial	Interés	Amort	Cuota	Saldo final
2	1	1.200,00	12,00	200,00	212,00	1.000,00
3	2	1.000,00	12,00	200,00	212,00	800,00
4	3	800,00	12,00	200,00	212,00	600,00
5	4	600,00	12,00	200,00	212,00	400,00
6	5	400,00	12,00	200,00	212,00	200,00
7	6	200,00	12,00	200,00	212,00	0,00
8				1.200,00		

9. Calcular la tasa sobre saldos implícita en una financiación de \$ 1.500 en 6 cuotas vencidas al 1% mensual directo, con más gastos del 3% sobre el préstamo solicitado, que se cobran junto con las cuotas. Aplicar Baily. ($\lambda = 2,57\%$ mensual)
10. Deseamos comprar un electrodoméstico, cuyo precio de lista es de \$ 700 y su precio de contado es de \$ 620. Podemos financiar la compra con un anticipo de \$ 70 y 12 cuotas mensuales con un interés directo del 1% mensual. Calcular:
- La cuota ($c = \$ 58,80$)
 - La tasa sobre saldos implícita en la financiación ($\lambda = 4\%$)
11. Con los datos del ejercicio anterior, calcular la cuota y el precio de lista, si se desea financiar "sin interés" y con el mismo rendimiento, pero en 12 cuotas adelantadas. ($c = \$ 63,52$; $P = \$ 762,26$)
12. En "Metro Max" realizaban la venta de electrodomésticos, con dos alternativas posibles de financiación:
- * Con el otorgamiento de una tarjeta de crédito, en 5 cuotas con el 1,5% mensual directo, más \$ 7 mensuales (fijos) en concepto de gastos administrativos.
 - * Con préstamo bancario gestionado por el hipermercado, en 5 cuotas mensuales vencidas, a la tasa del 4% mensual sobre saldos
- Se le solicita determinar:
- ¿Cuál es la tasa real de interés (sobre saldos) resultante de la primera alternativa, para la compra de un electrodoméstico cuyo precio de contado es de \$ 250? ($\lambda = 6,86\%$)
 - Determinar el monto a financiar a partir del cual ambas alternativas de financiación resultan indiferentes. ($V = \$ 727,11$)
13. En un plan de financiación de 5 cuotas, con una $\lambda_d = 1\%$, con un descuento por pago al contado del 10% sobre el precio de lista, y un anticipo del 10% sobre el precio de lista, resulta una tasa sobre saldos del 5,82%. En el siguiente cuadro, se modifican algunas de estas variables, de una por vez, y se pregunta la respuesta de alguna variable. Para esta respuesta se dan dos alternativas: indicar cuál de éstas es la correcta. No es necesario el uso de calculadora.

λ_d	Dto.	Antic.	λ	La variable es:
1%	10%	10%	5,82%	(planteo inicial)
?	11%	10%	5,82%	$\lambda_d =$ <input type="radio"/> 0,74% <input type="radio"/> 1,26%
1%	10%	11%	?	$\lambda =$ <input type="radio"/> 5,77% <input type="radio"/> 5,87%
?	10%	11%	5,82%	$\lambda_d =$ <input type="radio"/> 0,97% <input type="radio"/> 1,03%
1%	9%	?	5,82%	Ant = <input type="radio"/> 9,95% <input type="radio"/> 10,05%
1%	?	10%	5,90%	Dto = <input type="radio"/> 9,83% <input type="radio"/> 10,17%



Resolvemos en casa

14. Obtenemos un préstamo de \$ 8.000, a cancelar por el sistema francés, con tasa variable a 3 años, con cuotas mensuales a la TNAV = 15%.

- a. Teniendo en cuenta que la primera cuota vence a los 3 meses del otorgamiento, calcular c . ($c = \$ 284,30$)

$$8000 \cdot 1,0125^2 = c \frac{1 - 1,0125^{-36}}{0,0125}$$

- b. Cuando faltan 4 meses para terminar con el préstamo, la TNAV baja al 12%. Calcular la nueva cuota resultante del cambio de tasas. ($c' = \$ 282,56$)

$$284,30 \frac{1 - 1,0125^{-4}}{0,0125} = c' \frac{1 - 1,01^{-4}}{0,01}$$

15. Utilizando los mismos datos del ejercicio 1, en el mes 2 deseamos anticipar las cuotas 3 y 4 puesto que estaremos de viaje. Se le solicita: a) calcular el anticipo, y b) desarrollar el sistema para comprobar el resultado.

$$Ant = 207,06 \frac{1 - 1,01^{-2}}{0,01} = \$ 407,99$$

	A	B	C	D	E	F
1	Mes	Saldo inicial	Interés	Amort	Cuota	Saldo final
2	1	1.200,00	12,00	195,06	207,06	1.004,94
3	2	1.004,94	10,05	605,00	615,05	399,94
4	3	399,94	4,00	-4,00		403,94
5	4	403,94	4,04	-4,04		407,98
6	5	407,98	4,08	202,98	207,06	205,00
7	6	205,00	2,05	205,01	207,06	0,00
8				1.200,00		

16. Utilizando los mismos datos del ejercicio 5, en el mes 2 deseamos anticipar las cuotas 3 y 4 puesto que estaremos de viaje. Se le solicita: a) calcular el anticipo, y b) desarrollar el sistema para comprobar el resultado.

$$Ant_2 = c_3 \cdot 1,01^{-1} + c_4 \cdot 1,01^{-2} = \$ 407,88$$

	A	B	C	D	E	F
1	Mes	Saldo inicial	Interés	Amort	Cuota	Saldo final
2	1	1.200,00	12,00	200,00	212,00	1.000,00
3	2	1.000,00	10,00	607,88	617,88	392,12
4	3	392,12	3,92	-3,92	0,00	396,04
5	4	396,04	3,96	-3,96	0,00	400,00
6	5	400,00	4,00	200,00	204,00	200,00
7	6	200,00	2,00	200,00	202,00	0,00
8				1.200,00		

17. Obtenemos un préstamo \$ 4.500 a devolver por el sistema alemán con tasa variable en 3 años, con cuotas mensuales a la TNAV = 15%.

- a. Calcular c_{34} .

$$c_{34} = \frac{4500}{36} [1 + (36 - 34 + 1) 0,0125] = \$ 129,69$$

- b. Cuando faltan 4 meses para terminar con el préstamo, la TNAV baja al 12%. Calcular la nueva cuota n° 34 (c'_{34}) resultante del cambio de tasas.

$$c'_{34} = \frac{4500}{36} [1 + (36 - 34 + 1) 0,01] = \$ 128,75$$

18. Una deuda se de \$ 7.200 se cancela por el sistema alemán mediante el pago de 24 cuotas mensuales al 1,2% mensual de interés. Al final del mes 6 se realiza un anticipo de \$ 2.100. Calcular el saldo luego del anticipo (V'_6) y redeterminar alternativamente:

$$V'_6 = \frac{7200}{24} [24 - 6] - 2100 = \$ 3300$$

- a. El importe de la nueva amortización periódica, suponiendo que el anticipo se prorroga entre las cuotas restantes, manteniendo el plazo total.

$$t' = \frac{V'_6}{n - k} = \frac{3300}{24 - 6} = \$ 183,33$$

- b. El tiempo restante, suponiendo que no se altera el cronograma original de amortizaciones.

$$o = \frac{V'_6}{t} = \frac{3300}{7200/24} = 11 \text{ meses}$$

19. ¿Cuál es la tasa directa a aplicar a planes de financiación, de manera de obtener un rendimiento mensual del 4%:

- a. En planes con 6 cuotas vencidas sin anticipo.

$$\frac{0,04}{1 - 1,04^{-6}} = \frac{1}{6} (1 + i_d 6) \quad i_d = 0,024$$

- b. En planes con 6 cuotas adelantadas.

$$\frac{1}{1,04} \frac{0,04}{1 - 1,04^{-6}} = \frac{1}{6} (1 + i_d 6) \quad i_d = 0,0167$$

20. Un artículo tiene un precio de lista de \$ 425 y de contado \$ 391. Para un plan de financiación en 5 cuotas vencidas al 1% mensual directo, calcular el importe del anticipo para obtener un rendimiento del 5% mensual sobre saldos.

$$(391 - Ant) \frac{0,05}{1 - 1,05^{-5}} = \frac{425 - Ant}{5} (1 + 0,01 \times 5)$$

$$Ant = \frac{391 \frac{0,05}{1 - 1,05^{-5}} - 425 \frac{1 + 0,01 \times 5}{5}}{\frac{0,05}{1 - 1,05^{-5}} - \frac{1 + 0,01 \times 5}{5}} = \$ 50,59$$

21. Un TV se vende al contado en \$ 840. Con un precio de lista de \$ 889 se financia en 10 cuotas mensuales vencidas al 2% mensual directo.

- a. Aplicando Baily calcular la tasa de interés sobre saldos.

- c. Un préstamo de \$ 10.000 se cancela en 10 pagos por el sistema de tasa directa. El saldo luego del primer pago es:
 O \$ 8.959,27 O \$ 9.000,00 O \$ 9.086,73
- d. Un préstamo de \$ 1.200 se cancela en 6 pagos por el sistema francés. El saldo luego del tercer pago (a la mitad del sistema) es:
 O \$ 589,59 O \$ 600,00 O \$ 608,95
- e. Un préstamo de \$ 1.200 se cancela en 6 pagos por el sistema alemán. El saldo luego del tercer pago (a la mitad del sistema) es:
 O \$ 589,59 O \$ 600,00 O \$ 608,95
- f. Un préstamo de \$ 1.200 se cancela en 6 pagos por el sistema de tasa directa. El saldo luego del tercer pago (a la mitad del sistema) es:
 O \$ 589,59 O \$ 600,00 O \$ 608,95
- g. Una deuda de \$ 20.000 se cancela por el sistema francés en 20 pagos de:
 O 834,69 O \$ 1.000,00 O \$ 1.176,43
- h. Una deuda de \$ 20.000 se cancela por el sistema alemán en 20 pagos, siendo c_1 de:
 O \$ 710,00 O \$ 1.000,00 O \$ 1.320,00
- i. En un sistema francés $t_4 = \$ 488,51$ y $t_5 = 495,84$. Por lo tanto t_3 es:
 O \$ 481,29 O \$ 488,51 O \$ 495,84
- j. En un sistema alemán $c_4 = \$ 1.170$ y $c_5 = 1.160$. Por lo tanto c_3 es:
 O \$ 1.150 O \$ 1.160 O \$ 1.180
- k. Un préstamo de \$ 4.611,10 se cancela por el sistema francés en 10 pagos de \$ 500,00 al 1,5% mensual. La misma deuda se cancela en 10 pagos de \$ 1.000,00 al:
 O 1,32% mensual O 3,00% mensual O 17,28% mensual
- l. Una deuda se cancela en 15 pagos de \$ 646,13. La misma deuda se cancela a la misma tasa en 30 pagos de:
 O \$ 305,52 O \$ 323,07 O \$ 382,22
- m. Una deuda se cancela por el sistema alemán en 15 pagos, resultando $c_1 = \$ 780,00$. Si la misma deuda se cancelara a la misma tasa en 30 pagos (el doble de tiempo), c_1 resultaría de:
 O \$ 370 O \$ 390 O \$ 480
- n. En un sistema alemán conocemos que $V_3 = \$ 9.000$ y $V_4 = 8.000$. La t del sistema es de \$ y la deuda original V es de \$ y se cancela en pagos.
- o. Un artículo tiene un precio de lista mayor que su precio de contado. En una financiación sin anticipo con una $i_d = 0,5\%$ resulta una tasa sobre saldos del 1,6%. Si en su lugar fijamos un anticipo de \$ 50 resulta una tasa sobre saldos:
 O 1,5% O 1,6% O 1,7%
- p. En un sistema de tasa directa la $i_d = 2,3\%$. La tasa sobre saldos resultante es:
 O 2,0% O 2,3% O 3,9%



Fuentes de consulta

- LÓPEZ DUMRAUF, Guillermo, “Cálculo Financiero Aplicado: un enfoque profesional” (Buenos Aires, La Ley; 2006), 2° ed.
- CASPARRI, María Teresa y ota.: “Matemática Financiera utilizando Microsoft Excel”, (Omicrón, Buenos Aires, 2005)
- TULIÁN, Eliseo César, “Sistemas de Amortización de deudas”, (U.N.Cuyo, Mendoza)
- FERNÁNDEZ, Néstor H. y YUNGER, Hernán, “Excel para Contadores” (Errepar, Buenos Aires, 2005)
- FERNÁNDEZ, Néstor H., “Funciones Financieras de Excel” (Errepar, Buenos Aires, 2003)
 - FERNÁNDEZ, Néstor H. y SIRENA, José Luis, “Matemática financiera aplicada con Excel” (Errepar, Buenos Aires, 2005)