

## PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN.

- **Productos Notables:**

Son polinomios que se obtienen de la multiplicación entre dos o más polinomios que poseen características especiales o expresiones particulares, cumplen ciertas reglas fijas; es decir, el su resultado puede ser escrito por simple inspección sin necesidad de efectuar la multiplicación.

1. **Cuadrado de una suma de dos términos o cantidades.**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. **Cuadrado de una diferencia de dos términos o cantidades**

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

3. **Producto de una suma de dos términos por su diferencia.**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

4. **Producto de dos binomios que tienen un término en común.**

$$(a + m)(a - m) = a^2 + (m + n)a + mn$$

5. **Producto de dos binomios de la forma:  $(ax + c)(bx - d)$**

$$(ax + c)(bx - d) = abx^2 + (ad + bc)x + cd$$

6. **Cubo de un binomio.**

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

- **Factorización:** es el proceso de encontrar dos o más expresiones cuyo producto sea igual a una expresión dada; es decir, consiste en transformar a dicho polinomio como el producto de dos o más factores.

- **Factorización por factor común:** se escribe el factor común (F.C.) como un coeficiente de un paréntesis y dentro del mismo se colocan los coeficientes que son el resultado de dividir cada término del polinomio por el F.C.

### **CASO I: Factor común monomio:**

#### **1. Descomponer en factores $a^2 + 2a$**

$a^2$  y  $2a$  contienen el factor común  $a$ . Escribimos el factor común  $a$  como coeficiente de un paréntesis dentro del cual escribimos los cocientes obtenidos de dividir  $a^2 \div a = a$  y  $2a \div a = 2$  y tendremos:

$$a^2 + 2a = a(a + 2)$$

#### **2. Descomponer $10b - 30ab$ .**

Los coeficientes 10 y 30 tienen los factores comunes 2, 5 y 10. Tomamos el 10 porque siempre se saca el **mayor** factor común. De las letras, el único factor común es  $b$ , porque está en los dos términos de la expresión da-da, y la tomamos con su menor exponente  $b$ .

El factor común es  $10b$ . Lo escribimos como coeficiente de un paréntesis dentro del cual ponemos los cocientes de dividir  $10b \div 10b = 1$  y  $-30ab^2 \div 10b = -3ab$ , y tendremos:

$$10b - 3ab^2 = 10b(1 - 3ab)$$

#### **3. Descomponer $10a^2 - 5a + 15a^3$**

El factor común es  $5a$ . Tendremos:

$$10a^2 - 5a + 15a^3 = 5a(2a - 1 + 3a^2)$$

#### **4. Descomponer:**

$$18mxy^2 - 54m^2x^2y^2 + 36my^2$$

El factor común es  $18my^2$ . Tendremos:

$$18mxy^2 - 54m^2x^2y^2 + 36my^2 =$$

$$18my^2(x - 3mx^2 + 2)$$

#### **5. Factorar $6xy^3 - 9nx^2y^3 + 12nx^3y^3 - 3n^2x^4y^3$**

El factor común es  $3xy^3$ . Tendremos:

$$6xy^3 - 9nx^2y^3 + 12nx^3y^3 - 3n^2x^4y^3 =$$

$$3xy^3(2 - 3nx + 4nx^2 - n^2x^3)$$

### **Prueba general de los factores**

Para hacer la prueba en cualquiera de los diez casos que estudiaremos en este capítulo, basta multiplicar los factores obtenidos y su producto debe ser igual a la expresión factorada.

## **CASO II: Factor común polinomio:**

### 1. Descomponer $x(a + b) + m(a + b)$

Estos dos términos tienen como factor común el binomio  $(a + b)$ , por lo que ponemos  $(a + b)$  como coeficiente de un paréntesis dentro del cual escribimos los cocientes de dividir los dos términos de la expresión dada entre el factor común  $(a + b)$ , o sea:

$$\frac{x(a+b)}{(a+b)} = x \text{ y } \frac{m(a+b)}{(a+b)} = m \text{ y tendremos:}$$

$$x(a + b) + m(a + b) = (a + b)(x + m)$$

### 2. Descomponer $2x(a - 1) - y(a - 1)$

El factor común es  $(a - 1)$ , por lo que al dividir los dos términos de la expresión dada entre el factor común  $(a - 1)$ , con lo que tenemos:

$$\frac{2x(a-1)}{(a-1)} = 2x \text{ y } \frac{-y(a-1)}{(a-1)} = -y$$

Luego tendremos:

$$2x(a - 1) - y(a - 1) = (a - 1)(2x - y)$$

## **CASO III: Factor común por agrupación de términos:**

### **Ejemplos**

#### 1) Descomponer $ax + bx + ay + by$

Los dos primeros términos tienen el factor común  $x$  y los dos últimos el factor común  $y$ . Agrupamos los dos primeros en un paréntesis y los dos últimos en otro precedido del signo  $+$  porque el tercer término tiene el signo  $(+)$ :

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (ax + bx) + (ay + by) \\ &= x(a + b) + y(a + b) \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

Hay varias formas de hacer la agrupación, con la condición de que los dos términos agrupados tengan algún factor común, y siempre que las cantidades que quedan dentro de los paréntesis después de sacar el factor común en cada grupo, sean exactamente iguales. Si esto no es posible, la expresión dada no se puede descomponer por este método.

En el ejemplo anterior podemos agrupar el 1o. y 3er. términos con el factor común  $a$  y el 2o. y 4o. con el factor común  $b$ , y tendremos:

$$\begin{aligned}ax + bx + ay + by &= (ax + ay) + (bx + by) \\ &= a(x + y) + b(x + y) \\ &= (x + y)(a + b)\end{aligned}$$

Este resultado es idéntico al anterior, ya que el orden de los factores es indiferente.

**2) Factorar  $3m^2 - 6mn + 4m - 8n$ .** Los dos primeros términos tienen el factor común  $3m$  y los dos últimos el factor común  $4$ . Agrupando, tenemos:

$$\begin{aligned}3m^2 - 6mn + 4m - 8n &= (3m^2 - 6mn) + (4m - 8n) \\ &= 3m(m - 2n) + 4(m - 2n) \\ &= (m - 2n)(3m + 4)\end{aligned}$$

**3) Descomponer  $2x^2 - 3xy - 4x + 6y$ .** Los dos primeros términos tienen el factor común  $x$  y los dos últimos el factor común  $2$ , entonces los agrupamos pero introduciendo los dos últimos términos en un paréntesis precedido del signo  $-$  (porque el signo del 3er. término es  $-$ ) para lo cual hay que cambiarles el signo, y tendremos:

$$\begin{aligned}2x^2 - 3xy - 4x + 6y &= (2x^2 - 3xy) - (4x - 6y) \\ &= x(2x - 3y) - 2(2x - 3y) \\ &= (2x - 3y)(x - 2)\end{aligned}$$

Otra alternativa es agrupar el 1o. y 3o. términos con factor común  $2x$ , y el 2o. y 4o. con factor común  $3y$ , con lo que tendremos:

$$\begin{aligned}2x^2 - 3xy - 4x + 6y &= (2x^2 - 4xy) - (3xy - 6y) \\ &= 2x(x - 2) - 3y(x - 2) \\ &= (x - 2)(2x - 3y)\end{aligned}$$

- **Factorización de un trinomio cuadrado perfecto:**

**REGLA PARA FACTORAR UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:**

La regla para factorar un trinomio cuadrado perfecto dice que se extrae la raíz cuadrada al primer y tercer términos del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado, que es la raíz cuadrada del trinomio, se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado.

## Ejemplos

1) Factorar  $m^2 + 2m + 1$

$$m^2 + 2m + 1 = (m + 1)(m + 1) = (m + 1)^2$$

$m$                        $1$

2) Descomponer  $4x^2 + 25y^2 - 20xy$

Al ordenar el trinomio tenemos:

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x - 5y)(2x - 5y) = (2x - 5y)^2$$

$$(2x) \quad (5y)$$

Es importante destacar que cualquiera de las dos raíces puede ponerse como minuendo, por lo que en el ejemplo anterior también tendríamos:

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 = (5y - 2x)(5y - 2x) = (5y - 2x)^2$$

$$(2x) \quad (5y)$$

porque al desarrollar este binomio resulta:  $(5y - 2x)^2 = 25y^2 - 20xy + 4x^2$  que es una expresión idéntica a  $4x^2 - 20xy + 25y^2$ , ya que tiene las mismas cantidades con los mismos signos.

3) Descomponer  $1 - 16ax^2 + 64a^2x^4$

$$1 - 16ax^2 + 64a^2x^4 = (1 - 8ax^2)^2 = (8ax^2 - 1)^2$$

$$(1) \quad (8ax^2)$$

4) Factorar  $x^2 + bx + \frac{b^2}{4}$

Este trinomio es cuadrado perfecto, porque la raíz

cuadrada de  $x^2 = x$ ; la raíz cuadrada de  $\frac{b^2}{4} = \frac{b}{2}$  y el

doble producto de estas raíces es  $2 \times x \times \frac{b}{2} = bx$ , luego:

$$x^2 + bx + \frac{b^2}{4} = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

- **Factorización de una diferencia de cuadrados perfectos:**

### **REGLA PARA FACTORAR UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS:**

Se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo y se multiplica la suma de estas raíces cuadradas por la diferencia entre las raíces del minuendo y del sustraendo.

### Ejemplos:

#### 1) Factorar $1 - a^2$

La raíz cuadrada de 1 es 1; la raíz cuadrada de  $a^2$  es  $a$ . Multiplicamos la suma de estas raíces  $(1 + a)$  por la diferencia  $(1 - a)$  por lo tanto:

$$1 - a^2 = (1 + a)(1 - a)$$

#### 2) Descomponer $16x^2 - 25y^4$

La raíz cuadrada de  $16x^2$  es  $4x$ ; la raíz cuadrada de  $25y^4$  es  $5y^2$ .

Multiplicamos la suma de estas raíces  $(4x + 5y^2)$  por su diferencia  $(4x - 5y^2)$  por lo tanto:

$$16x^2 - 25y^4 = (4x + 5y^2)(4x - 5y^2)$$

#### 3) Factorar $49x^2y^6z^{10} - a^{12}$

$$49x^2y^6z^{10} - a^{12} = (7xy^3z^5 + a^6)(7xy^3z^5 - a^6)$$

### • REGLA PARA FACTORAR UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS (CASO ESPECIAL)

A continuación veremos la descomposición de expresiones compuestas en las cuales, mediante un arreglo conveniente de sus términos, se obtiene uno o dos trinomios cuadrados perfectos, y al descomponer estos trinomios, se obtiene una diferencia de cuadrados.

#### 1. Factorar $a^2 + 2ab + b^2 - 1$

En este caso  $a^2 + 2ab + b^2$  es un trinomio cuadrado perfecto; luego:

$$a^2 + 2ab + b^2 - 1 = (a^2 + 2ab + b^2) - 1$$

$$\text{(factorando el trinomio)} = (a + b)^2 - 1$$

$$\text{(factorando la diferencia de cuadrados)} = (a + b + 1)(a + b - 1)$$

#### 2) Descomponer $a^2 + m^2 - 4b^2 - 2am$

Al ordenar esta expresión se puede escribir así:  $a^2 - 2am + m^2 - 4b^2$ , donde  $a^2 - 2am + m^2$  es un trinomio cuadrado perfecto; luego:

$$a^2 + 2am - m^2 - 4b^2 = (a^2 - 2am + m^2) - 4b^2$$

$$\text{(factorando el trinomio)} = (a - m)^2 - 4b^2$$

$$\text{(factorando la diferencia de cuadrados)} = (a - m + 2b)(a - m - 2b)$$

**3) Factorar**  $9a^2 - x^2 + 2x - 1$

Introducimos los tres últimos términos en un paréntesis precedido del signo - para que  $x^2$  y 1 se hagan positivos, con lo que tendremos:

$$9a^2 - x^2 + 2x - 1 = 9a^2 - (x^2 - 2x + 1)$$

$$\text{(factorando el trinomio)} = 9a^2 - (x - 1)^2$$

$$\text{(factorando la diferencia de cuadrados)} = [3a + x - 1][3a - (x - 1)]$$

$$= (3a + x - 1)(3a - (x - 1))$$

• **Factorización de la forma**  $x^2 + bx + c$ :

**REGLA PARA FACTORAR UN TRINOMIO DE LA FORMA**  $x^2 + bx + c$

1) Se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es  $x$ , o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio.

2) En el primer factor, después de  $x$  se escribe el signo del segundo término del trinomio, y en el segundo factor, después de  $x$  se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término por el signo del tercer término.

3) Si los dos factores binomios tienen en medio signos iguales, se buscan dos números cuya suma sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio, mismos que serán los segundos términos de los binomios.

4) Si los dos factores binomios tienen en medio signos distintos, se buscan dos números cuya diferencia sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio, y el menor es el segundo término del segundo binomio.

**Ejemplo**

1) Factorar  $x^2 + 5x + 6$

Este trinomio se descompone en dos binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada de  $x^2$ , o sea  $x$ :

$$x^2 + 5x + 6 = (x \quad)(x \quad)$$

En el primer binomio, después de  $x$ , se pone el signo (+) porque el segundo término del trinomio (+)  $5x$  tiene signo (+). En el segundo binomio, después de  $x$ , se escribe el signo que resulta de multiplicar (+  $5x$ ) por (+ 6), y como (+) por (+) da (+), entonces:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + \quad)(x + \quad)$$

Dado que en estos binomios hay signos iguales, buscamos dos números cuya suma sea 5 y cuyo producto sea 6. Dichos números son 2 y 3, luego:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

## 2) Factorar $x^2 - 7x + 12$

Tendremos:  $x^2 - 7x + 12 = (x - \quad)(x - \quad)$

En el primer binomio se pone (-) por el signo de (-  $7x$ ).

En el segundo se pone (-) porque multiplicando (-  $7x$ ) por (+ 12) se tiene que (-) por (+) da (-).

Como en los binomios hay signos iguales, buscamos dos números cuya suma sea 7 y cuyo producto sea 12. Dichos números son 3 y 4, luego:

$$x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$$

## 3) Factorar $x^2 + 2x - 15$

Tenemos:

$$x^2 + 2x - 15 = (x + \quad)(x - \quad)$$

En el primer binomio se pone + por el signo de +  $2x$

En el segundo se pone - porque multiplicando +  $2x$  por - 15 se tiene que + por - da -

Como en los binomios tenemos signos distintos, buscamos dos números cuya diferencia sea 2 y cuyo producto sea 15. Dichos números son 5 y 3. El 5, que es el mayor, se escribe en el primer binomio:

$$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$$

## • Factorización de la forma $ax^2 + bx + c$ :

### Ejemplos

#### 1) Factorar $6x^2 - 7x - 3$

Multiplicamos el trinomio por el coeficiente de  $x$  que es 6, y dejando indicado el producto de 6 por  $7x$  se tiene:

$$36x^2 - 6(7x) - 18 \quad \text{pero} \quad 36x^2 = (6x)^2 \text{ y } 6(7x) = 7(6x), \text{ por tanto podemos escribir:}$$

$$(6x)^2 - 7(6x) - 18$$

Si descomponemos este trinomio como en el caso anterior, el primer término de cada factor será la raíz cuadrada de  $(6x)^2$ , o sea:  $6x : (6x - )(6x + )$

Buscamos dos números cuya diferencia sea 7 y el producto 18, que son 9 y 2, con lo que tendremos:

$$(6x - 9)(6x + 2)$$

Como al principio multiplicamos el trinomio dado por 6, ahora tenemos que dividir entre 6, para no alterar el trinomio, con lo que tendremos:

$$\frac{(6x - 9)(6x + 2)}{6}$$

pero como ninguno de los binomios es divisible entre 6, descomponemos 6 en  $2 \times 3$  y dividiendo  $(6x - 9)$  entre 3 y  $(6x + 2)$  entre 2 nos queda:

$$\frac{(6x - 9)(6x + 2)}{2 \times 3} = (2x - 3)(3x + 1)$$

**Luego:**

$$6x^2 - 7x - 3 = (2x - 3)(3x + 1)$$

**2) Factorar**  $20x^2 + 7x - 6$

Al multiplicar el trinomio por 20 tendremos:  $(20x)^2 + 7(20x) - 120$

Al descomponer este trinomio tenemos:  $(20x + 15)(20x - 8)$

Para cancelar la multiplicación por 20, tenemos que dividir entre 20, pero como ninguno de los dos binomios es divisible entre 20, descomponemos el 20 en  $5 \times 4$  y dividiendo el factor  $(20x + 15)$  entre 5 y  $(20x - 8)$  entre 4 tendremos:

$$\frac{(20x + 15)(20x - 8)}{5 \times 4} = (4x + 3)(5x - 2)$$

**Luego:**

$$20x^2 + 7x - 6 = (4x + 3)(5x - 2)$$

### 3) Factorar $18a^2 - 13a - 5$

Multiplicamos por 18:  $(18a)^2 - 13(18a) - 90$

Factoramos este trinomio:

$$(18a - 18)(18a + 5)$$

Dividimos entre 18, para lo cual, como el primer binomio  $18a - 18$  es divisible entre 18, basta dividir este factor entre 18 y tendremos:

$$\frac{(18a - 18)(18a + 5)}{18} = (a - 1)(18a + 5)$$

**Luego:**

$$18a^2 - 13a - 5 = (a - 1)(18a + 5)$$

- **Factorización de una expresión que es el cubo de un binomio:**

Se sabe que por productos notables:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Esto nos dice que para que una **expresión algebraica** ordenada con respecto a una letra sea el cubo de un binomio, tiene que cumplir las siguientes condiciones:

1. Tener cuatro términos.
2. Que el primero y el último término sean cubos perfectos.
3. Que el segundo término sea más o menos el triple del cuadrado de la raíz cúbica del primer término multiplicado por la raíz cúbica del último término.
4. Que el tercer término sea mayor al triple de la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del último.

Si todos los términos son **positivos**, la expresión dada es el cubo de la suma de las raíces cúbicas de su primero y último términos, y si son alternativamente positivos y negativos, la expresión dada es el **cubo de la diferencia** de dichas raíces.

La **raíz cúbica de un monomio** se obtiene extrayendo la raíz cúbica de su coeficiente y dividiendo el exponente de cada letra entre 3.

De este modo, la raíz cúbica de  $8a^3b^6$  es  $2ab^2$ .

En efecto:

$$(2ab^2)^3 = 2ab^2 \times 2ab^2 \times 2ab^2 = 8a^3b^6$$

### Ejemplos

1) Para saber si  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$  es el cubo de un binomio, verificamos si cumple las condiciones antes indicadas. La expresión tiene cuatro términos.

La raíz cúbica de  $8x^3$  es  $2x$

La raíz cúbica de 1 es 1

$$3(2x)^2(1) = 12x^2, \text{ segundo término}$$

$$3(2x)(1)^2 = 6x, \text{ tercer término}$$

Vemos que sí cumple las condiciones, y como todos sus términos son positivos, la expresión dada es el cubo de  $(2x + 1)$ , o de otro modo,  $(2x + 1)$  es la raíz cúbica de la expresión.

2) Encontrar si  $8x^6 + 54x^2y^6 - 27y^9 - 36x^4y^3$  es el cubo de un binomio.

Al ordenar la expresión tenemos:

$$8x^6 - 36x^4y^3 + 54x^2y^6 - 27y^9$$

Esta expresión tiene cuatro términos:

La raíz cúbica de  $8x^6$  es  $2x^2$

La raíz cúbica de  $27y^9$  es  $3y^3$

$$3(2x^2)^2(3y^3) = 36x^4y^3, \text{ 2o. término}$$

$$3(2x^2)(3y^3)^2 = 54x^2y^6, \text{ 3er. término}$$

En este caso los términos son alternativamente positivos y negativos, por lo que la expresión dada es el cubo de  $(2x^2 - 3y^3)$ .

- **Suma o Diferencia de Cubos Perfectos:**

Como ya lo estudiamos, sabemos que:

$$\underline{a^3 + b^3} = a^2 - ab + b^2 y$$

$$a + b$$

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

$$a - b$$

y como en toda división exacta el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, tendremos:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (1)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (1)$$

En la fórmula (1) la Regla 1 nos dice que la suma de dos cubos perfectos se des-compone en dos factores:

1° La suma de sus raíces cúbicas.

2° El cuadrado de la primera raíz, menos el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

En la fórmula (2) la Regla 2 nos dice que la diferencia de dos cubos perfectos se descompone en dos factores:

1° La diferencia de sus raíces cúbicas.

2° El cuadrado de la primera raíz, más el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

## Ejemplos

1) Buscar los factores de  $x^3 + 1$

La raíz cúbica de  $x^3$  es  $x$ , y la raíz cúbica de 1 es 1.

Según la Regla 1:

$$x^3 + 1 = (x + 1)[x^2 - x(1) + 1^2] = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

2) Buscar los factores de  $a^3 - 8$

La raíz cúbica de  $a^3$  es  $a$  y la de 8 es 2.

Según la Regla 2:

$$a^3 - 8 = (a - 2)[a^2 + 2(a) + 2^2] = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$$

- **DESCOMPOSICIÓN DE UN POLINOMIO EN FACTORES POR EL MÉTODO DE EVALUACIÓN (Ruffini):**

Al estudiar la **divisibilidad** por  $x - a$  demostramos que si un polinomio entero y racional en  $x$  se anula para  $x = a$ , el polinomio es divisible por  $x - a$ . Este mismo principio aplica a la descomposición de un polinomio en factores por el **Método de Evaluación**.

### Ejemplos

#### 1) Descomponer por evaluación $x^3 + 2x^2 - x - 2$

Los valores que daremos a  $x$  son los factores del término independiente 2:  $+ 1, - 1, + 2$  y  $- 2$ . Veamos si el polinomio se anula para  $x = 1, x = - 1, x = 2, x = - 2$ , y si se anula para alguno de estos valores, el polinomio será divisible por  $x$  menos ese valor.

Aplicando la división sintética previamente explicada veremos si el polinomio se anula para estos valores de  $x$  y simultáneamente encontraremos los coeficientes del cociente de la división. En este caso tenemos:

Coeficientes del polinomio	1	+ 2	- 1	- 2	+ 1	
$x = 1$						
		$1 \times 1 = + 1$	$3 \times 1 = + 3$	$2 \times 1 = + 2$		
Coeficientes del cociente	1	+ 3	+ 2	0		

El residuo es 0, o sea que el polinomio dado se anula para  $x = 1$ , luego es divisible por  $(x - 1)$ .

Dividiendo  $x^3 + 2x^2 - x - 2$  entre  $x - 1$  el cociente será de segundo grado y sus coeficientes son 1, 3 y 2, luego el cociente es  $x^2 + 3x + 2$  y como el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, tenemos:

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x^2 + 3x + 2) \text{ (factorando el trinomio)} = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

#### 2) Descomponer por evaluación $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

Los factores de 12 son  $\pm (1, 2, 3, 4, 6, 12)$

#### Pruebas

Coeficientes	1	- 3	- 4	+ 12	+ 1	$x =$
1						
del polinomio		$1 \times 1 = + 1$	$(- 2) \times 1 = - 2$	$(- 6) \times 1 = - 6$		
	1	- 2	- 6	+ 6		

El residuo es 6, luego el polinomio no se anula para  $x = 1$ , y no es divisible por  $(x - 1)$

Coeficientes	1	- 3	- 4	+ 12	- 1	$x = -$
1						
del polinomio		$1 \times (-1) = -1$	$(-4) \times (-1) = +4$	$0 \times (-1) = 0$		
	1	- 4	0	+ 12		

El residuo es 12, luego el polinomio no se anula para  $x = -1$  y no es divisible por  $x - (-1) = x + 1$

Coeficientes	1	- 3	- 4	+ 12	+ 2	$x = 2$
del cociente		$1 \times 2 = +2$	$(-1) \times 2 = -2$	$(-6) \times 2 = -12$		
	1	- 1	- 6	0		

El residuo es 0, luego el polinomio se anula para  $x = 2$  y es divisible por  $(x - 2)$

El cociente de dividir el polinomio dado  $x^3 - 3x^2 + 4x + 12$  entre  $x - 2$  será de segundo grado y sus coeficientes son 1, - 1 y - 6, luego el cociente será  $x^2 - x - 6$ .

Por tanto:  $x^3 - 3x^2 + 4x + 12 = (x - 2)(x^2 - x - 6)$  (factorando el trinomio)  $= (x - 2)(x - 3)(x + 2)$