

REPARTOS PROPORCIONALES



Estaremos ante una situación de reparto proporcional cuando se trate de repartir una cantidad de una magnitud en partes que no son iguales, sino que se distribuye de una forma proporcional (por ejemplo, repartir entre varias personas una cantidad de dinero ganado, dependiendo de la inversión inicial de cada una). Dicha proporcionalidad puede ser directa o inversa a varios números.

Reparto $\left\{ \begin{array}{l} \text{directamente proporcional} \\ \text{inversamente proporcional} \end{array} \right.$

■ REPARTO DIRECTAMENTE PROPORCIONAL: Cuando la proporcionalidad es directa.

Supongamos que queremos repartir una magnitud A de forma directamente proporcional a las magnitudes b_1, b_2, b_3, \dots

Sea A_1, A_2, A_3, \dots la parte que corresponde a b_1, b_2, b_3, \dots respectivamente. Se tiene que:

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots = A$$

Además como el reparto es directamente proporcional:

$$\frac{A_1}{b_1} = k \quad \frac{A_2}{b_2} = k \quad \frac{A_3}{b_3} = k$$

Entonces, $A_1 = k b_1$; $A_2 = k b_2$; $A_3 = k b_3$...

Como habíamos dicho antes, $A_1 + A_2 + A_3 + \dots = A \implies k b_1 + k b_2 + k b_3 + \dots = A \implies k(b_1 + b_2 + b_3 + \dots) = A$.

Por lo tanto,

$$k = \frac{A}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots}$$

Es decir, la razón de proporcionalidad se halla dividiendo lo que se quiere repartir entre el número de partes que se hacen. La k sería lo que le corresponde a una parte.

Cambiando k por el valor obtenido en la expresión anterior, se llega a que

$$A_1 = k b_1 = \overset{k}{\uparrow} \frac{A}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots} b_1, \quad A_2 = k b_2 = \overset{k}{\uparrow} \frac{A}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots} b_2, \quad A_3 = k b_3 = \overset{k}{\uparrow} \frac{A}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots} b_3$$

Es decir, que se multiplica lo que vale una parte por el número de partes que le tocan.

Ejemplo

Tres almacenistas de madera, importan conjuntamente de guinea madera por valor de 24300€. El primero se queda con 210 m³, el segundo con 330 m³ y el tercero con 270 m³. ¿Cuánto debería pagar



cada uno?

Suponemos que el dinero debe repartirse de manera directamente proporcional a la cantidad de madera comprada por cada uno de ellos (el que más ha comprado más paga). Llamemos A_1 , A_2 y A_3 a las cantidades que debe pagar cada uno, es decir, $A_1 + A_2 + A_3 = 24300$.

$$A_1 = k b_1 ; A_2 = k b_2 ; A_3 = k b_3 \quad \Longrightarrow \quad A_1 = 210k ; A_2 = 330k ; A_3 = 270k$$

Siguiendo los pasos explicados antes se obtiene que

$$k = \frac{24300}{210 + 330 + 270} = \frac{24300}{810} = 30$$

Y ya podemos determinar la cantidad que debe pagar cada uno

$$A_1 = 210k = 210 \cdot 30 = 6300\text{€}; \quad A_2 = 330k = 330 \cdot 30 = 9900\text{€}; \quad A_3 = 270k = 270 \cdot 30 = 8100\text{€}$$

El primero tiene que pagar 6300€, el segundo 9900€ y el tercero 8100€.

■ **REPARTO INVERSAMENTE PROPORCIONAL:** Cuando la proporcionalidad es inversa.

Supongamos que queremos repartir una magnitud A de forma inversamente proporcional a las

magnitudes $b_1, b_2, b_3 \dots$, hacemos un reparto de la magnitud A directamente proporcional a $\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2},$

$\frac{1}{b_3} \dots$

Ejemplo

En las fiestas de verano del pueblo se celebra una carrera, para la cual se destinan 330 € a repartir entre los tres corredores que acaben en los tres primeros lugares de manera inversamente proporcional al puesto que ocupa. ¿Cuánto dinero debe recibir cada uno de los tres clasificados?

Debemos repartir el premio en partes inversamente proporcional a 1, 2 y 3 (el que llega primero, el uno, recibe más) ; para ellos hacemos el reparto en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$.

Llamando A_1, A_2 y A_3 a las cuantías de dinero que recibe cada uno y procediendo de igual forma que en el apartado anterior

$$k = \frac{330}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{330}{\frac{6}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{330}{\frac{11}{6}} = \frac{330 \cdot 6}{11} = 180,$$

entonces

$$A_1 = k \frac{1}{1} = 180\text{€}, \quad A_2 = k \frac{1}{2} = 180 \frac{1}{2} = 90\text{€} \quad \text{y} \quad A_3 = k \frac{1}{3} = 180 \frac{1}{3} = 60\text{€}$$

El primero recibe 180€, el segundo 90€ y el tercero 60€.

