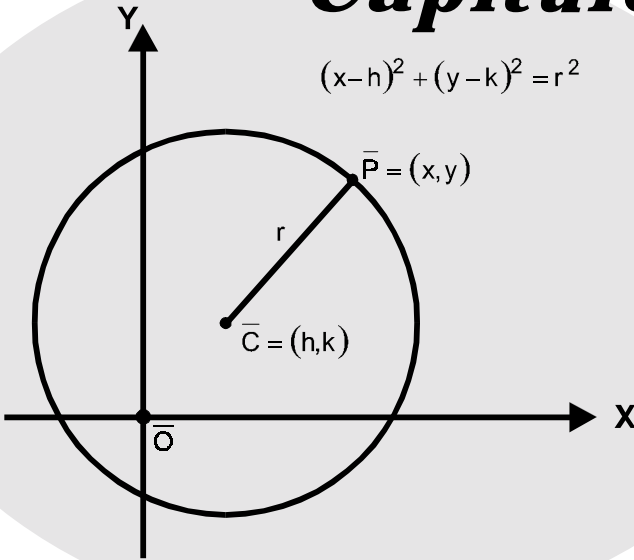


Capítulo 4

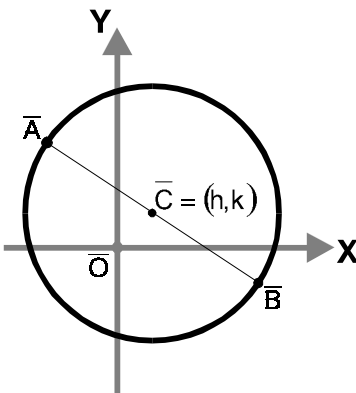
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$



LA CIRCUNFERENCIA

- 30** Encontrar la ecuación de la circunferencia sabiendo que sus extremos de un diámetro son los puntos $\bar{A} = (-2, 3)$ y $\bar{B} = (4, -1)$.

Solución:



$\bar{C} = (h, k)$ es punto medio de \bar{AB}

$$\rightarrow \begin{cases} h=1 \\ k=1 \end{cases} \rightarrow \bar{C} = (1, 1)$$

Luego: $r = \frac{|AB|}{2} = \frac{\sqrt{52}}{2} \rightarrow r^2 = 13$

$$\hat{C}: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 13$$

$$C: x^2 + y^2 + 12x - 12y + 36 = 0$$

Capítulo 4. LA CIRCUNFERENCIA

- 31** Obtener la ecuación de la circunferencia tangente a los dos ejes, radio 6, en el segundo cuadrante.

Solución:

Del gráfico, se deduce que

$\bar{C} = (h, k) = (-6, 6)$ es el centro

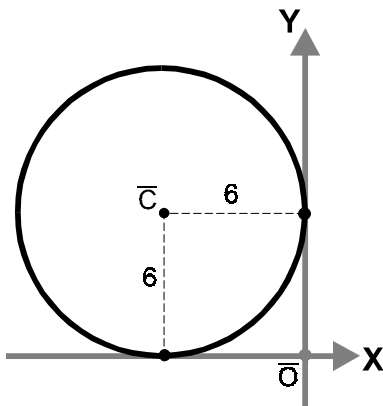
de la circunferencia

y su radio $r = 6$.

$$\hat{C}: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x+6)^2 + (y-6)^2 = 36$$

$$\boxed{C: x^2 + y^2 + 12x - 12y + 36 = 0}$$



- 32** Dada la ecuación de la circunferencia $3x^2 + 3y^2 + 4y - 7 = 0$, encontrar el centro y el radio.

Solución:

Completando cuadrados :

$$\rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 4y - 7 = 0$$

$$3x^2 + 3\left(y^2 + \frac{4}{3}y + \frac{4}{9}\right) = 7 + \frac{4}{3}$$

$$3x^2 + 3\left(y + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{25}{3}$$

$$x^2 + \left(y + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \quad ; \quad \text{de donde: } h=0, \quad k=-\frac{2}{3}$$

$$\hat{C} \quad \boxed{\bar{C} = \left(0, -\frac{2}{3}\right); \quad r = \frac{5}{3}}$$

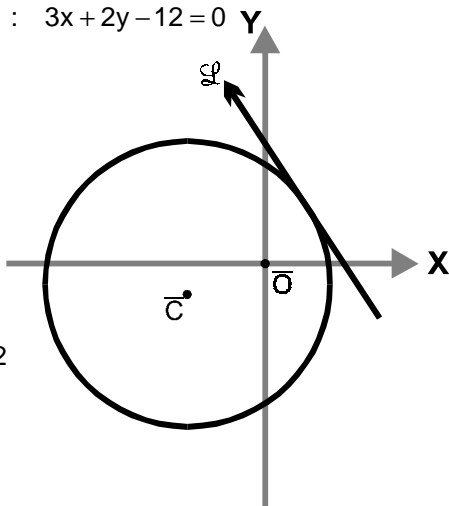
- 33** Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $\bar{C} = (-4, -1)$ y que es tangente a la recta: $3x + 2y - 12 = 0$.

Solución:

Sea: $r = \text{Distancia de } \bar{C} \text{ a } l: 3x + 2y - 12 = 0$

Luego:

$$\begin{aligned} \rightarrow r &= \frac{|(3)(-4) + (2)(-1) - 12|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|-12 - 2 - 12|}{\sqrt{13}} \\ &= \frac{|-26|}{\sqrt{13}} = \frac{26}{\sqrt{13}} \Rightarrow r^2 = 52 \end{aligned}$$



$$\hat{C}: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Reemplazando:

$$C: (x+4)^2 + (y+1)^2 = 52$$

- 34** Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $\bar{A} = (4,0)$, $\bar{B} = (0,3)$ y $\bar{C} = (-2,-2)$.

Solución:

Sea $C: x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \longrightarrow \textcircled{\times}$

$\bar{A} = (4,0) \in C \Rightarrow 16 + 4D + F = 0 \longrightarrow \textcircled{1}$

$\bar{B} = (0,3) \in C \Rightarrow 9 + 3E + F = 0 \longrightarrow \textcircled{2}$

$\bar{C} = (-2,-2) \in C \Rightarrow -2D - 2E + F = 8 \longrightarrow \textcircled{3}$

Luego, de $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ y $\textcircled{3}$: $D = -\frac{19}{13}$; $E = \frac{5}{13}$; $F = -\frac{132}{13}$

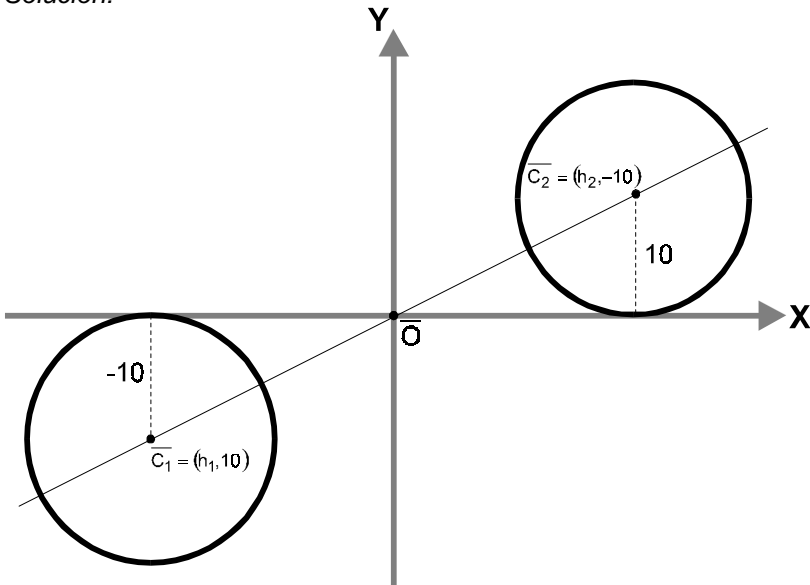
En \otimes :

$$\wedge C: x^2 + y^2 - \frac{19}{3}x + \frac{5}{13}y - \frac{132}{13} = 0$$

$$C: 13x^2 + 13y^2 - 19x + 5y - 132 = 0$$

- 35** Hallar la ecuación de la circunferencia de radio 10, tangente en el eje X, cuyo centro está sobre la recta $x = 2y$.

Solución:



- o Primer caso

$$< : x = 2y \text{ pero } \bar{C} = (h_1, 10) \in < \Rightarrow h_1 = 20; \bar{C} = (20, 10)$$

$$C: (x - h_1)^2 + (y - k_1)^2 = r^2$$

$$(x - 20)^2 + (y - 10)^2 = 100$$

$$x^2 + y^2 - 40x - 20y + 400 = 0$$

◦ Segundo caso

$$\langle : x = 2y \text{ pero } \bar{C} = (h_2, -10) \in \langle \rightarrow h_2 = -20; \bar{C} = (-20, -10)$$

$$C: (x-h_2)^2 + (y-k_2)^2 = r^2$$

$$(x+20)^2 + (y+10)^2 = 100$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + 40x + 20y + 400 = 0}$$

36 La ecuación de una circunferencia es $x^2 + y^2 = 50$. El punto medio de una cuerda de esta circunferencia es el punto $\bar{P} = (-2, 4)$. Hallar la ecuación de la cuerda.

Solución:

Sea \langle_2 la recta que contiene a la cuerda referida

y \langle_1 la recta que pasa por el punto \bar{P} y el centro de la circunferencia.

$$\rightarrow \text{Pendiente de } \langle_1: m_{\langle_1} = \frac{4-0}{-2-0} = -2$$

Luego:

$$\langle_1 \perp \langle_2 \iff m_{\langle_1} \cdot m_{\langle_2} = -1$$

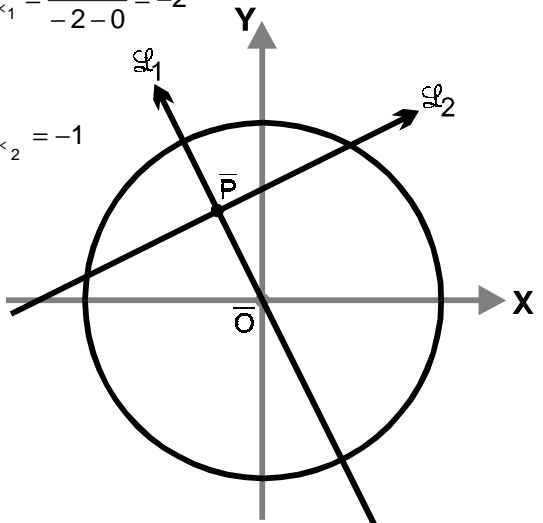
$$\iff (-2) \cdot m_{\langle_2} = -1$$

$$\iff m_{\langle_2} = \frac{1}{2}$$

Luego:

$$\circ \langle_2: y - 4 = \frac{1}{2}(x + 2)$$

$$\boxed{\langle_2: x - 2y + 10 = 0}$$



Capítulo 4. LA CIRCUNFERENCIA

- 37** Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en $\bar{C} = (4, 4/3)$ y que pasa por $\bar{Q} = (-1, -4/3)$.

Solución:

De los datos, tenemos:

$$C: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-4)^2 + (y-4/3)^2 = r^2$$

$$\circ \quad \bar{Q} = (-1, -4/3) \in C \Rightarrow (-1-4)^2 + \left(-\frac{4}{3} - \frac{4}{3}\right)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{289}{9}$$

$$\wedge \quad C: (x-4)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{289}{9}$$

- 38** Hallar el área del círculo cuya ecuación es:

$$9x^2 + 9y^2 + 72x - 12y + 103 = 0$$

Solución:

Tenemos la ecuación de la circunferencia:

$$C: 9x^2 + 9y^2 + 72x - 12y + 103 = 0$$

Despejando el término independiente y completando cuadrados

$$\Rightarrow C: 9x^2 + 9y^2 + 72x - 12y = -103$$

$$9\left(x^2 + 8x + 16\right) + 9\left(y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{9}\right) = -103 + 144 + 4$$

$$9(x+4)^2 + 9\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = 45$$

$$(x+4)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 = 5 \quad \text{Donde: } r^2 = 5$$

$$\wedge \quad A = \pi r^2 = \pi \times 5 \quad \Leftrightarrow \quad A = 5\pi u^2$$